INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS
CAMPUS SÃO JOÃO EVANGELISTA

ADA CRISTINA DE MIRANDA
INES XAVIER VIEIRA
RONALDO MARTINS DA SILVA

LER, ESCREVER E RESOLVER PROBLEMAS GEOMÉTRICOS: uma investigação com alunos de Ensino Médio

SÃO JOÃO EVANGELISTA
2018

ADA CRISTINA DE MIRANDA

INES XAVIER VIEIRA

RONALDO MARTINS DA SILVA

LER, ESCREVER E RESOLVER PROBLEMAS GEOMÉTRICOS:

uma investigação com alunos de Ensino Médio

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Dr. José Fernandes da Silva.

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

M672l
2018

Miranda, Ada Cristina de; Vieira, Ines Xavier; Silva, Ronaldo Martins da.

Ler, escrever e resolver problemas geométricos: uma investigação com alunos de ensino médio. / Ada Cristina de Miranda; Ines Xavier Vieira; Ronaldo Martins da Silva – 2018.
121f.; il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2018.

Orientador: Prof. Dr. José Fernandes da Silva

1. Ensino-Aprendizagem. 2. Ensino de Geometria. 3. Resolução de Problemas. I. Miranda, Ada Cristina de; II. Vieira, Ines Xavier; III.Silva, Ronaldo Martins da. IV.Instituto Federal de Educação,Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. V. Título.

CDD 516.007

Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais
Campus São João Evangelista

Bibliotecária Responsável: Rejane Valéria Santos – CRB-6/2907

ADA CRISTINA DE MIRANDA

INES XAVIER VIEIRA

RONALDO MARTINS DA SILVA

LER, ESCREVER E RESOLVER PROBLEMAS GEOMÉTRICOS:

uma investigação com alunos de Ensino Médio

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 11/12/2018

Prof. Dr. José Fernandes da Silva - IFMG-SJE (Orientador)

Prof. Nathália Luíza Soares Peixoto - IFMG-SJE (Banca examinadora)

Isabela Bárbara de Souza

Prof(a). Isabela Bárbara de Souza - IFMG-SJE (Banca examinadora)

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2018

AGRADECIMENTOS

Eu, Ada, agradeço, primeiramente a Deus pelo privilégio que é a vida, por sua infinita bondade e por nunca ter me desamparado nos momentos difíceis. À minha família, principalmente os meus queridos pais pelo carinho, confiança e apoio incondicional, que foi o meu alicerce para não desistir ao longo desta jornada. Aos mestres da Licenciatura em Matemática do IFMG-SJE que nos acompanharam durante a graduação, sempre dedicados contribuindo para nossa formação pessoal e profissional. Agradeço aos amigos pelas alegrias, tristezas e dores compartilhadas, e claro, os colegas de curso que tive o privilégio de conhecer e conviver na graduação. Ao professor Dr. José Fernandes pela orientação e dedicação durante a pesquisa. Á minha tia Leda e meu padrinho Jésus que sempre me incentivaram durante os estudos. À todos que de alguma forma estiveram presentes e vivenciaram este momento, meus sinceros agradecimentos.

Eu, Inês, agradeço primeiramente a Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades e continuar na luta, por não ter me deixado desistir e ter me amparado nos momentos de angústia. Ao IFMG/SJE, seu corpo docente, direção e administração que oportunizaram a janela que hoje enxergo horizontes superiores, eivado pela acendrada confiança no mérito e ética aqui presentes. Ao meu orientador Dr. José Fernandes da Silva, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos. A minha família, meu marido Josemilton e minha filha Maryana, assim como meus pais e irmãos, pelo amor, incentivo e apoio incondicional. Aos meus parceiros de TCC e aos amigos e colegas conquistados ao longo desta caminhada e a todos aqueles que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, os meus sinceros agradecimentos.

Eu, Ronaldo, agradeço primeiramente a Deus por me dar força nos momentos difíceis, pela paz e saúde. Agradeço muito à minha mãe por tudo que tem feito por mim e no apoio à minha graduação, minhas parceiras de TCC, Ada e Inês. Agradeço aos amigos e colegas que tive o prazer de conhecer e vivenciar em minha graduação. Agradecer Ana Luísa e Daniele pelo apoio e força nas horas difíceis, minha noiva Líllia por me apoiar em tudo. Ao professor Dr. José Fernandes pela orientação e dedicação durante a pesquisa. E por fim, agradecer a todos que de alguma forma estiveram presentes nessa nossa trajetória, meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

O presente trabalho traz resultados de uma pesquisa-ação de cunho qualitativo, realizada com alunos do IFMG - *Campus* São João Evangelista, com o objetivo de verificar como a metodologia da resolução de problemas pode contribuir no ensino da geometria. Esse estudo foi realizado com o apoio de referenciais teóricos, trazendo uma proposta de trabalho através de oficinas, construída através de situações-problemas de provas de Enem. Os resultados apresentados permitiram perceber que a metodologia ajuda no desenvolvimento e raciocínio do aluno, e consequentemente, no ensino-aprendizagem. De fato, foi perceptível que os principais aspectos da pesquisa melhoram de forma a aprendizagem do aluno.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem, Ensino de geometria, Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This work presents the results of an action research of a qualitative nature, carried out with students from the IFMG - São João Evangelista Campus, in order to verify how the methodology of problem solving can contribute to the teaching of geometry. This study was carried out with the support of theoretical references, bringing a proposal of work through workshops, built through situations-problems of Enem tests. The results showed that the methodology helps in the development and reasoning of the student, and consequently, in teaching learning. In fact, it was noticeable that the major aspects of research improve student learning.

Keywords: Teaching-Learning, Geometry teaching, Problem solving.

LISTA DE IMAGENS FOTOGRÁFICAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO

Neste capítulo, faremos uma apresentação do nosso trabalho e seus principais objetivos. Iniciamos citando o percurso acadêmico que temos em comum, fator que, de certa forma, foi propulsor na realização deste trabalho. Em seguida, apresentaremos a justificativa da pesquisa no âmbito do ensino da Matemática atual, os resultados a serem alcançados durante a elaboração desta pesquisa, traremos a questão norteadora, que serviu de direcionamento para a análise dos resultados, e, por fim, os caminhos metodológicos que trazem os instrumentos que acompanharam todo o processo de coleta e análise de dados.

1.1 Motivações para a pesquisa

Durante o curso de Licenciatura em Matemática no IFMG – Instituto Federal de Minas Gerais - *campus* São João Evangelista, mais especificamente na disciplina de Resolução de Problemas 1, nos deparamos com o aprofundamento de estudos, despertando o interesse em adentrar nessa perspectiva teórica, visto que essa tem, como um dos principais objetivos, potencializar a capacidade de raciocínio lógico do aluno, trazendo mais significação para o ensino da Matemática para além de números, memorização de fórmulas e reprodução de exercícios. Tal perspectiva é apontada por Onuchic e Allevato (2011), quando afirmam que:

> Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos. [...] desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.82).

Assim, esta metodologia de ensino considera o problema como o ponto de partida, de forma que instigue o aluno a tentar resolvê-lo. Pode se tratar de atividades contextualizadas ou não, e também situações-problemas voltadas para a realidade do aluno, necessitando conhecimentos prévios para a sua solução.

De acordo com Polya (1978), o problema pode ser simples, porém deve estimular a curiosidade de quem o resolve através de seus próprios meios. Dante (1988) complementa, apontando que uma boa estrutura de problema deve conter os seguintes requisitos: desafiar o

---

1 Utilizaremos Resolução de Problemas com letra maiúscula, quando referirmos à Disciplina ou perspectiva metodológica.

aluno, ser real, interessante, não se respaldar na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas e ter nível adequado de complexidade.

Dessa forma, percebe-se que esta metodologia de ensino tem muito a contribuir, tanto no processo de ensino e aprendizagem no âmbito da Educação Básica, quanto na formação de futuros professores que ensinam Matemática.

Uma das questões norteadoras para este trabalho veio das experiências dos pesquisadores em sala de aula, permitidas através do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Este é um programa para estudantes de cursos de licenciatura, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), que tem, como objetivo, o aprimoramento da formação do docente através da realização de atividades pedagógicas em escolas públicas de ensino básico, contribuindo para a melhoria da qualidade dessas escolas.

Durante os momentos em sala de aula, percebemos, enquanto bolsistas do PIBID, que os alunos tinham grande defasagem em relação a conhecimentos que deveriam ter sido aprendidos em anos anteriores. Como acompanhávamos alunos dos Ensinos Fundamental e Médio, de acordo com o avançar das séries, a situação das não aprendizagens se tornava mais latente. Além disso, em relação à atuação de alguns professores que acompanhávamos, por um conjunto de razões, usavam uma metodologia baseada em aplicar fórmulas e exercícios repetitivos.

Os momentos em que percebíamos maior envolvimento dos alunos eram na preparação para as feiras escolares de Matemática, nas quais os alunos podiam usar sua criatividade para construir projetos que associavam a Matemática com temas relacionados à natureza, causas sociais, políticas, entre outros.

Um dos objetivos de tais feiras é promover a interação da Matemática com as demais disciplinas curriculares. Além disso, busca envolver os alunos no desenvolvimento de produtos e prepará-los para participar da Feira Regional de Matemática que acontece, anualmente, no IFMG-SJE. Tal cenário revelava o interesse dos alunos em investigar e construir algo diferente da rotina da sala de aula.

Dessa forma, víamos que a participação na Feira regional de Matemática abria as portas para o desenvolvimento do conhecimento do aluno e também possibilitava ao professor diversificar suas aulas.

Ainda como bolsistas do PIBID, víamos o desejo de as escolas prepararem os alunos para o Enem. Tal fato é importante, mas entendemos que as aulas de Matemática não devem ter o único caráter de preparatório para avaliações externas e vestibulares. É necessário construir conceitos e conhecimentos que podem ficar para a vida do aluno. É importante ressaltar que não somos contra a escola preparar o aluno para o Enem. Mas defendemos que, mesmo abordando as questões do Enem, em sala de aula, os professores busquem valer-se delas para desenvolver a habilidade dos alunos em enfrentar situações-problemas, bem como construir conhecimento.

Neste sentido, a pesquisa ora realizada, levando em consideração as experiências do cenário citado, busca compreender como os alunos do Ensino Médio lidam com propostas de resolução de problemas geométricos.

1.2 Justificativa

Primeiramente, convém enfatizar que vivemos em um mundo repleto de formas e as ideias geométricas estão presentes no mundo tridimensional, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento. Daí, temos a importância da geometria como um dos conteúdos estruturantes no âmbito da Educação Básica.

Além disso, o ensino da Matemática, ao longo dos anos, tem se baseado numa metodologia de resolução de exercícios e vários movimentos o marcaram historicamente. Entre eles, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) que foi o primeiro projeto de internacionalização do ensino da Matemática. Esse movimento ocorreu da década de 50 à década de 60 e pretendia aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área.

Esse movimento tinha o propósito de preparar pessoas para a era da tecnologia e, a partir daí, foram inseridos, no currículo, os conteúdos matemáticos que até aquela época não se faziam presentes. Até então o professor era visto como o dono do saber, e o aluno apenas como receptor e reprodutor deste conhecimento. Tal ensino era baseado apenas na definição de conceitos e aplicação de fórmulas em exercícios de características “resolva”, “calcule”, “encontre o resultado”, constituindo, assim, uma prática limitada, desmotivadora e não crítica. Segundo Freire (2003)

> [...] se não superarmos a prática da educação como pura transferência de um conhecimento que somente descreve a realidade, bloquearemos a emergência da consciência crítica, reforçando assim o “analfabetismo” político. Temos de superar esta espécie de educação – se nossa opção é realmente revolucionária – por uma outra, em que conhecer e transformar a realidade são exigências recíprocas (FREIRE, 2003, p.75).

Portanto, o ensino da Matemática necessita mudar, assim como a percepção da sociedade em relação a esta disciplina, pois as demandas do século XXI exigem que as pessoas possuam letramento Matemático, especialmente no âmbito das tecnologias. Uma das possibilidades é a metodologia da resolução de problemas, que se apresenta como uma alternativa capaz de despertar o interesse do aluno, colocando o professor como mediador do conhecimento, proporcionando ao aluno a capacidade de pensar e desenvolver seu próprio raciocínio.

Segundo Dante (1988), o problema é uma situação na qual se procura algo desconhecido sem que o aluno tenha qualquer algoritmo prévio que garanta a sua resolução. Sendo assim, a atividade busca desenvolver a criatividade e estratégias para se chegar à solução. Para isso, é preciso que o aluno tenha feito a leitura e compreendido o problema, e então, colocar em prática suas estratégias e revisar a solução encontrada.

Stanic e Kilpatrick (1989) observam que se olharmos para a Resolução de Problemas nos currículos de Matemática nas escolas, desde o antigo Egito até o presente, três diferentes temas gerais a caracterizam: resolução de problemas como contexto, resolução de problemas como habilidade e resolução de problemas como arte.

A resolução de problemas como contexto é dividida em cinco subtemas, sendo estes, como justificativa, motivação, recreação, veículo e prática. Já a resolução de problemas como habilidade é vista como um número de habilidades a serem ensinadas no currículo matemático, ou seja, resolver problemas rotineiros, e a resolução de problemas como arte tem o objetivo de levar os estudantes a compreenderem como foi o surgimento da Matemática e instigá-los a fazer suas próprias descobertas.

Nessa pesquisa, investiga-se, além da compreensão de como os alunos do Ensino Médio lidam com propostas de resolução de problemas geométricos, também a importância da geometria no ensino regular e as razões pelas quais esta temática tem sido deixada de lado nas escolas. Esse abandono se deve a inúmeros fatores que iremos abordar no decorrer deste texto.

As ideias geométricas estão presentes no mundo tridimensional, seja na natureza, nas artes, na arquitetura ou em outras áreas do conhecimento. Daí, temos a importância da geometria como um dos conteúdos estruturantes para a Educação Básica. Seus estudos unem diferentes conteúdos, trazendo elementos facilitadores à aprendizagem da álgebra e números.

Sendo assim, instigados a colaborar com o ensino desses alunos, decidimos, então, fazer uma pesquisa bibliográfica, analisando questões de Geometria aplicadas no Enem de anos anteriores, pela ótica da metodologia de resolução de problemas. Assim, além de contribuir para a aprendizagem dos alunos na competência de geometria, buscamos entender, também, tal contribuição da Resolução de Problemas para essa aprendizagem.

Como justificativa para a elaboração desta pesquisa, buscou-se fomentar e compreender a prática de leitura, escrita e resolução de problemas geométricos com alunos do Ensino Médio. Nesta perspectiva, realizar uma intervenção pedagógica com um grupo de alunos foi uma possibilidade para analisar um recorte da realidade, contribuindo não somente para a coleta de dados, mas para que os alunos pudessem esperançar-se diante dos desafios de resolver problemas matemáticos.

Tomando como base uma análise prévia em provas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de anos anteriores, percebemos uma quantidade significativa de questões envolvendo geometria, sendo a maior parte delas contextualizada e com temas do cotidiano. Buscamos, então, associar o ensino de geometria através da resolução de problemas, visto a sua importância no contexto educacional.

É sabido que o processo de ensino e aprendizagem é complexo e dotado de peculiaridades. Os alunos que vivenciam o fracasso escolar ficam à margem de boa parte dos elementos constitutivos da cidadania plena. Um destes elementos é a capacidade, da criança e do jovem, enfrentar e resolver situações-problemas.

O planejamento na perspectiva da metodologia de resolução de problemas requer esforço e tempo por parte dos professores, e nas condições atuais onde estes possuem uma carga de trabalho extenuante, tal prática pode não estar no centro do planejamento docente.

Tem-se ainda a geometria como um componente com um grau de dificuldade, tanto para o professor, quanto para o aluno. Muitas vezes, tais conteúdos nem são ministrados em sala, podendo ser por lacunas na formação do próprio professor. Algumas das causas para explicar a defasagem do ensino da geometria são apontadas por Lorenzato (1995), quando afirma que:

> A primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. (LORENZATO, 1995, p.3-4).

Tal situação também é expressa pelas autoras Onuchic e Allevato (2011), quando enfatizam que

> [...] nas experiências com formação de professores, que esses últimos têm enfrentado muitas dificuldades para trabalhar matemática com seus alunos, não raras vezes por falta de conhecimentos prévios; em outras, porque se rebelam, demonstrando aversão aos conteúdos trabalhados ou à forma de ensinar. Consequentemente, esses alunos sabem cada vez menos matemática. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.82).

Isso mostra que a geometria não tem recebido a devida atenção quanto ao seu ensino, principalmente quando se trata de uma abordagem coerente com a abordagem do Enem, pois esse processo avaliativo, além de apresentar tal conteúdo matemático com grande frequência, ainda o traz de forma contextualizada, tornando uma problemática para aquele aluno que nunca viu tais conceitos. A culpa seria apenas do professor? Segundo Lorenzato (1995), o próprio modelo de ensino atual contribui para esse desvio quanto ao ensino da geometria, pois,

> A Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de ela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula. [...] considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não a ensinar. (LORENZATO, 1995, p.3-4).

Assim, percebe-se o abandono de um dos componentes primordiais da construção do raciocínio lógico do aluno e da compreensão do ensino da Matemática quanto à realidade presente no cotidiano do aluno, como ainda afirma Lorenzato (1995):

> [...] para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p.5).

Nesta perspectiva, o professor tem papel importantíssimo no processo de ensino da Matemática, pois ao fazer uso da metodologia baseada na resolução de problemas, proporciona ao aluno uma contextualização do cotidiano, aproximando-o da realidade, possibilitando a construção da aprendizagem.

Pretende-se, com esse trabalho, contribuir com professores e alunos do Ensino Médio, investigando o uso da resolução de problemas para o ensino da geometria, além de mostrar a possibilidade de se trabalhar com questões do Enem como recurso pedagógico, tirando o foco de que essas questões servem apenas para cursinhos preparatórios, e sim como um banco de questões-problemas, abordando os mais variados temas e que podem ser usadas normalmente em uma aula qualquer.

1.3 Objetivos da pesquisa

1.3.1 Objetivo geral

- Compreender como os alunos do Ensino Médio lidam com propostas de resolução de problemas geométricos.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar como é tratado o conteúdo de geometria no Enem;
- Colocar em prática uma sequência didática através da resolução de problemas;
- Observar e investigar os relatos escrito e oral dos alunos no processo de resolução de problemas;
- Compreender como os alunos do Ensino Médio leem, escrevem e resolvem problemas geométricos;
- Explicitar o uso didático e pedagógico das questões do Enem no âmbito da construção de conhecimentos matemáticos.

1.4 Questão norteadora

Diante do exposto até aqui, chamamos atenção para tal questionamento: Como a resolução de problemas pode contribuir para que alunos leiam, escrevam e resolvam problemas geométricos?

Tem-se que o problema é uma situação na qual se procura algo desconhecido sem que o aluno tenha qualquer algoritmo prévio que garanta chegar a sua resolução (ONUCHIC; ALLEVATO). Sendo assim, a situação-problema busca desenvolver a criatividade e estratégias para se chegar a sua solução. Para isso, é preciso que o aluno tenha feito a leitura e compreendido o problema, e, então, coloque em prática suas estratégias chegando à fase de revisar a solução encontrada.

Nessa pesquisa, buscamos mostrar a importância da geometria no ensino regular e o quanto esse conteúdo vem sendo deixado de lado nas escolas. Esse abandono se deve a inúmeros fatores que iremos abordar no decorrer deste texto.

1.5 Configurações metodológicas

Nesta seção, é descrita a trajetória percorrida para a realização da pesquisa: local, população alvo, instrumentos de coleta de dados e como ela foi organizada e aplicada. Em seguida, são apresentadas as oficinas com suas respectivas competências, objetivos e aplicação.

Em relação à análise dos dados, as oficinas foram feitas com base na leitura de obras e pesquisas de autores e pesquisadores, como Onuchic (1999, 2008), Pozo (1998) e também, nas recomendações dos PCN (BRASIL, 1999), além de outros autores.

1.5.1 Caminhos metodológicos

Esta pesquisa baseia-se num método de investigação que não procura quantificar dados, mas compreender o comportamento de determinado grupo de pessoas, frente a uma situação desafiadora. Sendo assim, tem-se uma pesquisa qualitativa, cujos objetivos de estudo está compreender o porquê de determinadas fenômenos, dando aos envolvidos a liberdade e a autonomia para apontar seus pontos de vista, levando em consideração os assuntos relacionados com o objeto de estudo, além de ter o ambiente de estudo como fonte direta para análise e coleta de dados. Segundo Godoy (1995), a pesquisa qualitativa:

> Considera o ambiente como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento chave; possui caráter descritivo; o processo é o foco principal de abordagem e não o resultado ou o produto; a análise dos dados foi realizada de forma intuitiva e indutivamente pelo pesquisador; não requereu o uso de técnicas e métodos estatísticos; e, por fim, teve como preocupação maior a interpretação de fenômenos e a atribuição de resultados (GODOY, 1995, p.58).

Tem-se ainda Lüdke e André (1986, p.11), que baseadas nas pesquisas de Bogdan e Biklen (1982) dizem que,

> A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. A pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de através do trabalho intensivo de campo. Por exemplo, se a questão que está sendo estudada é a da indisciplina escolar, o pesquisador procurará presenciar o maior número de situações em que está se manifeste, o que vai exigir um contato direto e constante com o dia-a-dia escolar. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p.11).

A fim de melhorar as próprias práticas sociais e educacionais, adotaremos, nesta pesquisa, os preceitos da pesquisa-ação, baseados nos estudos de Thiollent (1985), ao afirmar que,

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação da realidade a ser investigada estão envolvidos de modo cooperativo e participativo. (THIOLLENT,1985, p.14).

Lüdke e André (1986, p. 13) dizem que a pesquisa qualitativa ou naturalística envolve a obtenção de dados descritivos que se caracterizam no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatizando as perspectivas dos participantes. Então, neste caso, essa investigação foi realizada em duas etapas:

a) Pesquisa bibliográfica e documental;

b) Pesquisa-ação.

Dessa forma, para melhor análise das informações coletadas durante esta pesquisa, a pesquisa-ação facilitará o contato dos envolvidos (pesquisadores e participantes), proporcionando melhor interação, autonomia e liberdade para expressar opiniões e discutir as questões do Enem.

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública de Ensino "Instituto Federal de Minas Gerais - Campus São João Evangelista", tendo, como colaboradores, os alunos do 2º e 3º anos do Ensino médio/técnico integrado.

O IFMG- SJE, fundado em 27/10/1951, está localizado na Avenida Primeiro de Junho nº1043, centro, São João Evangelista-MG. Além de oferecer o Ensino Médio/técnico integrado, também oferece diversos cursos superiores e recebe alunos de toda a região.

Para escolher aplicar esta pesquisa com alunos desta instituição de ensino, levou-se em consideração o interesse que tínhamos em ter uma experiência no âmbito da Educação Profissional, Técnica e Tecnológica, além da acessibilidade que havia entre o contato de ambas as partes, por frequentarem o mesmo ambiente institucional.

Pensando na resolução de problemas e no propósito de nossa pesquisa, adotamos como método de coletas de dados um roteiro[2] apresentado pelas autoras Allevato e Onuchic (2009, p.7-8) descrito no referencial. O primeiro passo dado para essa pesquisa foi um levantamento de todas as provas do ENEM, desde 2010 a 2017. Após esse levantamento, foi montado um banco de questões de geometria, retiradas dessas provas.

Ao serem analisadas, percebemos que sua grande maioria tratava de problemas contextualizados, envolvendo temas do cotidiano e que poderiam ser exploradas no ambiente escolar. Separamos cada questão por habilidades descritas dentro da competência[3] geometria, de forma que as três áreas da geometria fossem abordadas separadamente e em sequência.

Para a seleção dos 12 colaboradores, abrimos inscrições para os alunos que se interessassem em aprofundar seus conhecimentos em geometria, ou aqueles que consideram ter dificuldades na área pudessem se inscrever por livre e espontânea vontade. O limite máximo de inscritos seria 12 alunos. Ao escolher uma amostra pequena, levamos em consideração que um maior número de participantes nos limitariam quanto ao atendimento individualizado e a observação das discussões surgidas nas resoluções. Divulgamos, assim, a informação nos 2º e 3º anos do Ensino Médio da referida instituição e obtivemos êxito na quantidade de alunos interessados.

A partir daí, trabalhamos de acordo com os preceitos da pesquisa-ação, através de uma prática colaborativa, contribuindo tanto com os pesquisadores, quanto com os colaboradores do processo.

Ressaltamos, nesse ínterim, a importância dos instrumentos de produção e análise das oficinas, pois esses são essenciais para o seu bom desenvolvimento. Esses instrumentos são responsáveis pela qualidade dos resultados e, principalmente, por manter a fidedignidade dos dados coletados. Sendo assim, a pesquisa age de forma positiva na construção do saber

[2] O roteiro apresentado pela autora Allevato e Onuchic (2009) contempla uma sequencia de ações que tem o intuito de orientar o professor e consequentemente o aluno, no processo de resolução de uma situação problema.
[3] O conteúdo de geometria faz parte da competência de área 2 dentro do ramo da Matemática, sendo que esta contempla quatro habilidades que serão nossas categorias de análise das oficinas.

docente. Paulo Freire (2000, p.29) diz que não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esse mesmo autor ainda complementa sua fala ao dizer que pesquisa-se para conhecer o que ainda é desconhecido e para comunicar tal novidade. Dessa forma, percebemos a relevância de se incentivar o aluno a desafiar-se, e a desvendar o que ainda é incógnito.

Após a definição dos colaboradores para essa pesquisa, tivemos 6 encontros com duração de 2 horas/aula, sendo aplicadas 4 (quatro) situações-problemas por encontro (apenas 1 encontro por semana). Ao preparar tais oficinas, buscou-se contemplar o máximo possível de conhecimentos geométricos, que permitissem ao aluno colocar em prática todo o conhecimento aprendido ou não até então. Essas oficinas foram distribuídas da seguinte maneira (QUADRO 1):

Quadro1 – Cronograma das oficinas

CRONOGRAMA DAS OFICINAS		
Data	Tema	Conteúdo
16/04/2018	Oficina 1	Geometria Plana
24/04/2018	Oficina 2	Geometria Plana
02/05/2018	Oficina 3	Geometria Espacial
08/05/2018	Oficina 4	Geometria Espacial
29/05/2018	Oficina 5	Geometria Analítica
04/06/2018	Oficina 6	Geometria Analítica

Fonte: Elaborado pelos autores.

A aplicação das oficinas se deu da seguinte forma: ao receberem as atividades propostas para aquele momento, incentivamos os participantes quanto ao trabalho em equipe, porém, primeiramente eles fariam uma leitura individualizada das situações-problemas. Após as discussões acerca de cada problema, acompanhávamos as discussões e estratégias que surgiam durante a descrição de suas respostas. Veremos adiante a descrição de todo o processo.

A coleta de dados se deu através de observações e discussões entre os alunos, os protocolos foram recolhidos ao final de cada oficina, assim como a descrição das reações e expressões dos envolvidos no decorrer das oficinas.

Para análise dos dados, utilizamos todos os documentos/protocolos escritos durante a pesquisa e levou-se em consideração todo o processo de construção de conhecimento dos alunos, ou seja, analisamos as discussões ocorridas durante a resolução das situações-problemas e as transcrições nas folhas respostas, para, em seguida, fazer um paralelo entre o diálogo e a escrita dos colaboradores.

1.5.2 A proposta de atividades

A proposta elaborada foi apresentada à direção da instituição, que autorizou a realização da pesquisa com seus alunos, recebendo, no ato da inscrição, um termo de autorização, que deveria ser assinado pelos pais, como fator obrigatório para participação nas oficinas.

Antes de iniciar os encontros, foram elaborados planos de aulas[4] para cada oficina realizada. O primeiro encontro ocorreu no dia 14/08/18 no Anfiteatro da biblioteca do IFMG-SJE, cujo objetivo era promover um primeiro contato entre os envolvidos na pesquisa, apresentar a dinâmica das oficinas e definir datas dos próximos encontros. Dessa forma, na semana seguinte deu-se início às oficinas.

As atividades foram realizadas em grupos. Dos 12 alunos inscritos, somente 9 foram frequentes e por tal motivo, formaram 2 grupos, sendo um com 5 integrantes e outro com 4. Vale ressaltar que serão analisados apenas os dados dos alunos que foram frequentes.

Importante destacar a participação de todos na discussão acerca das situações-problemas apresentadas ao colaboradores, a exposição de respostas no quadro e a colaboração entre os grupos. Os alunos participantes não usavam material de apoio, cabendo aos pesquisadores estimular a criatividade dos alunos, de forma que valorizassem o trabalho em grupo, em busca de estratégias e argumentos para a sua ideia.

1.5.3 Instrumentos de pesquisa

A pesquisa é uma atividade de investigação capaz de produzir um conhecimento novo acerca de determinada área. Silva e Menezes (2001, p.19) qualificam a pesquisa como a procura por respostas de indagações propostas. Por sua vez, Gil (1999, p. 45) conceitua a pesquisa como:

> [...] Procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. [...] A pesquisa é desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos,

[4] Para cada oficina foi elaborado um plano de aula, sendo que estes estão anexados na íntegra na seção Apêndices. Cada plano contempla os objetivos, a metodologia, as situações problemas e demais informações que são relevantes, sendo que trabalhamos a Geometria nas suas modalidades Plana, Espacial e Analítica.

> técnicas e outros procedimento científicos [...] ao longo de um processo que envolve inúmeras fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados. (GIL, 1999, p. 45).

Portanto, temos a pesquisa como o caminho para se chegar ao conhecimento. Além disso, é no processo de pesquisa que utilizaremos vários instrumentos de coleta de dados na tentativa de que com os quais atinjamos o objetivo de investigar as contribuições da resolução de problemas no ensino da geometria.

Como instrumentos para a coleta de dados, utilizamos questionários, observações, coleta de protocolos e fotografias, que, no âmbito da pesquisa, são fundamentais para a descrição dos resultados encontrados.

Além de tais instrumentos, não podemos esquecer de alguns processos que foram essenciais nesta pesquisa, quer sejam: as análises documentais das provas do Enem, selecionando as que faziam parte da competência Geometria, no primeiro momento, e no segundo passo a aplicação de um questionário via e-mail, com o objetivo de conhecer um pouco mais os participantes da pesquisa. Gil (1999, p.128-129) destaca as vantagens da técnica de questionário:

> a) Possibilita atingir grande número de pessoas, mesmo que estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado pelo correio; b) implica menores gastos com pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento dos pesquisadores; c) garante o anonimato das respostas; d) permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente; e) não expõe os pesquisadores à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado. (GIL, 1999, p.128-129).

Assim, o uso do questionário como técnica permite ao pesquisador flexibilidade quanto às suas respostas, pois pode ser feita num momento oportuno, dando maior liberdade ao envolvido, sem a presença de outra pessoa como, por exemplo, na técnica da entrevista, além de garantir o anonimato.

A técnica de observação consiste em acompanhar os participantes durante as atividades propostas, analisando e protocolando os diálogos, comentários, estratégias e toda forma de dados que incrementarão a descrição da análise da pesquisa.

Segundo Becker (1994, p.53), cabe ao observador interpretar tais declarações e descrições como indicações da perspectiva do indivíduo sobre o ponto em questão, que, no caso de nossa pesquisa, seriam os diálogos acerca das resoluções das situações-problemas. Corroborando com esta técnica, temos as fotografias dos participantes durante as oficinas, com o objetivo de comprovar o trabalho em grupo, que promoveu um ambiente de interação aumentando as discussões ao longo das atividades.

Já a coleta de protocolos aconteceu da seguinte forma: após o término de cada atividade, as folhas de respostas de cada aluno foram coletadas, devidamente identificadas, e com resoluções a caneta para que não houvesse a possibilidade de o aluno mudar a sua resposta na folha no momento da resolução e formulação do conteúdo, pois, como já foi dito anteriormente, o objetivo é a investigação e sem esses registros não seria possível. Nesse sentido, segundo Cellard (2008, p.295):

> [...] o documento escrito constitui uma fonte extremamente preciosa para todo pesquisador [...]. Ele é, evidentemente, insubstituível em qualquer reconstituição referente a um passado relativamente distante, pois não é raro que ele represente a quase totalidade dos vestígios da atividade humana em determinadas épocas. Além disso, muito frequentemente, ele permanece como o único testemunho de atividades particulares ocorridas num passado recente (CELLARD, 2008, p.295).

Portanto, é importante que o pesquisador tenha objetivos quanto ao que se pretende analisar na documentação escrita, deixando evidente ao participante quais informações devem ser descritas neste documento. Em seguida, tem-se a análise desses dados, momento que requer minuciosa atenção, pois contempla todas as técnicas envolvidas no processo. Sobre isso, Gil (1999, p. 168) diz que,

> A análise tem como objetivo organizar e sumariar os dados de tal forma que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação. Já a interpretação tem como objetivo a procura do sentido mais amplo das respostas, o que é feito mediante sua ligação a outros conhecimentos anteriormente obtidos (GIL, 1999, p.168).

Assim, a análise de dados é o processo de formação de sentido ao questionamento feito inicialmente em nossa pesquisa, sendo esta consolidada a cada interpretação e descrição do que os participantes disseram e o que os pesquisadores viram e leram durante as oficinas.

1.5.4 Categorização dos dados

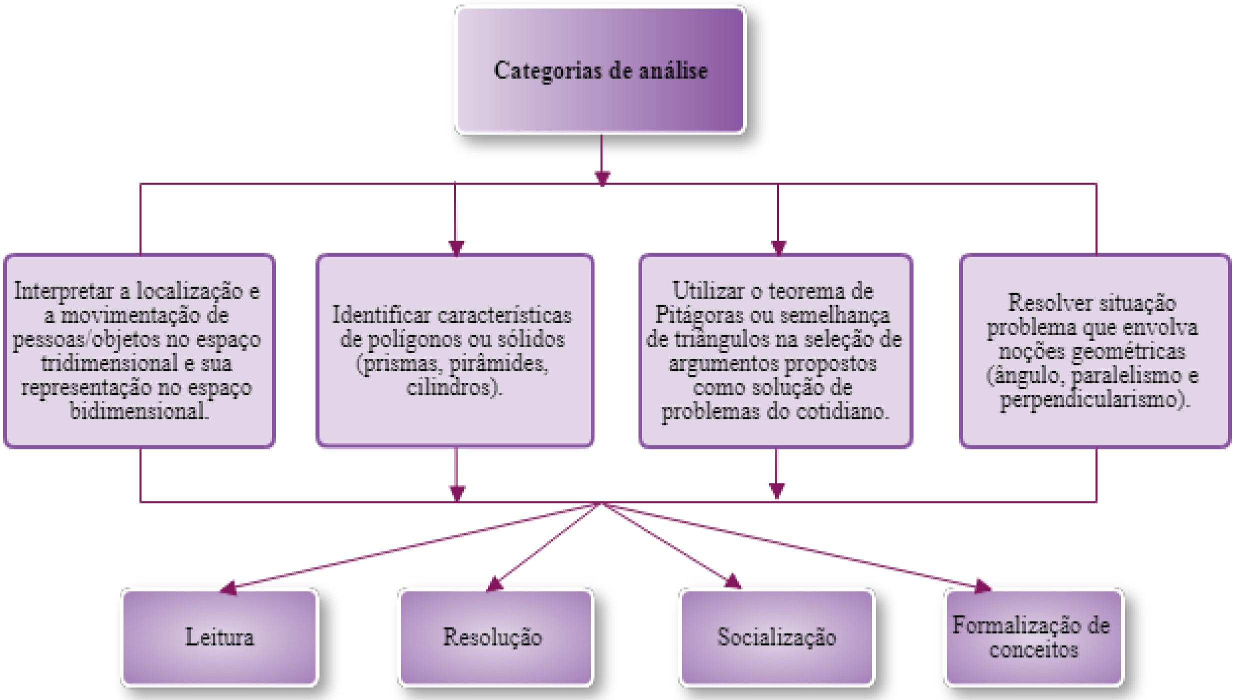
A análise dos dados foi feita de acordo com a matriz de referência do ENEM[5]. Ela traz a competência da geometria assim como a utilização do conhecimento geométrico para a realização de leituras e representação da realidade, de forma a agir sobre ela.

---

[5] O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), foi criado em 1998 com o objetivo de ser uma avaliação de desempenho dos estudantes de escolas públicas e particulares do Ensino Médio. Este por sua vez, possui uma matriz de referência que é um documento que descreve as competências e habilidades exigidas dos alunos e lista o Conteúdo Programático do ENEM, ou seja, os objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referência.

Dentro dessa competência, estão habilidades que são necessárias para se chegar à solução do problema geométrico. Adotamos tais habilidades como categorização para a análise das folhas de respostas. Em complementação a essa análise, criamos subcategorias, baseadas no roteiro de Allevato e Onuchic (2009, p.7-8) descrito no referencial teórico, sendo este definido da seguinte forma (FIGURA 1):

Figura 1 – Categorias de análise



Fonte: Elaborado pelos autores.

Tais categorias foram trabalhadas de acordo com as habilidades que cada uma traz em relação à geometria, sendo que nelas é contemplado todo o processo de resolução de cada situação-problema, levando-se em conta as etapas de leitura, resolução, socialização e a formalização de conceitos, sendo estas extraídas, como já mencionado, baseando-se no roteiro das autoras Allevato e Onuchic (2009, p.7-8). A descrição de tais categorias pode ser observada no quadro 2:

Quadro 2 – Descrição das categorias

Categoria	Descrição
Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objeto no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.	O objetivo é que o aluno possa, através de construções ou análise de figuras e com base nas informações disponíveis no enunciado, resolver o problema proposto. Dessa forma, quanto maior o repertório de formas geométricas o aluno conhecer, mais apto estará para enfrentar as situações-problemas desse conteúdo.
Identificar características de polígonos ou sólidos (prismas, pirâmides, cilindros).	Nesta habilidade, os problemas envolvem as propriedades das figuras geométricas, ou seja, os principais teoremas matemáticos. Ao realizar a leitura do que fora proposto, inicialmente o colaborador deve ver a figura, identificar qual a composição dela e qual processo utilizar para calcular cada uma das partes.
Utilizar o teorema de Pitágoras ou semelhança de triângulos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	Nesta habilidade, o aluno deve mostrar que tem capacidade de encontrar uma solução matemática combinada com a razoabilidade de uma justificativa que a complemente. Assim, o aluno deve mostrar que sabe realizar as contas que envolvem a geometria e chegar ao resultado esperado. Os quatro casos que os colaboradores comumente precisam enfrentar durante as situações-problemas são: o cálculo da medida de um ângulo, de um volume, de uma área e de um comprimento.
Resolver situações-problemas que envolvam noções geométricas (ângulo, paralelismo e perpendicularismo).	O objetivo de tal habilidade é que o colaborador possa mostrar que tem capacidade de encontrar uma solução matemática a partir de uma figura geométrica ou conjunto de dados. É como se este precisasse descobrir um caminho ou valor a partir de um dado inicial ou comparativo de figuras.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Inicialmente, os problemas propostos foram classificados de acordo com as quatro categorias descritas acima, sendo que estas se referem às habilidades inseridas na competência 2 do Enem relacionada aos conteúdos geométricos. Em seguida, detalharemos as análises das categoria visando o processo de leitura, resolução, socialização e formalização de conceitos apresentados nos encontros com os colaboradores.

Os registros desses colaboradores, de certa forma, tem caráter diagnóstico, pois através deles podemos analisar como a resolução de problemas contribui para o ensino da geometria. Para essas análises, buscamos subsídios teóricos que apresentamos no próximo capítulo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Resolução de problemas: contexto histórico

A temática da resolução de problemas foi alavancada pelas ideias de George Polya (1887 – 1985), autor da obra "*How to solve it*", publicada em 1945 e traduzida para o português como "A arte de resolver problemas". Brito (2006) indica que esta temática já estava presente em obras de autores anteriores a sua época, como John Dewey que, em 1910 publicou a obra "*How we think*", apresentando etapas semelhantes às elaboradas por Polya. Porém, sua repercussão é atual e somente nas últimas décadas os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da destreza de se resolver problemas torna os estudantes participantes ativos da construção do próprio conhecimento. (ONUCHIC, 1999).

Com isso, o professor tem a oportunidade de inserir em suas aulas atividades que envolvam a resolução de problemas com a possibilidade de desenvolver as potencialidades de seus alunos através de tal método. Em sua maioria, elas apresentam determinada problemática, sendo necessário que os alunos coloquem em prática os conhecimentos já adquiridos para encontrar a solução. Isso mostra que existe um equívoco em relação ao verdadeiro conceito de resolução de problemas, confundindo-o com a realização de meros exercícios em que o aluno aplica fórmulas e processos operatórios ao invés de ser considerada como uma metodologia de ensino. (BRASIL, 1998).

Para Pozo (1998), os problemas são atividades diferentes dos exercícios, nos quais os alunos dispõem de algoritmos que propiciam a obtenção de resultados, enquanto na resolução de problemas isso não acontece. Já D'Ambrósio (1989) diz que Problema é uma situação, real ou abstrata, ainda não resolvida, em qualquer campo do conhecimento e de ação.

2.2 Resolução de Problemas como perspectiva metodológica

A importância da resolução de problemas vem sendo ressaltada em livros e pesquisas na área da educação e em documentos orientadores curriculares que contêm propostas para o ensino de Matemática, como, por exemplo, os PCN- Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os PCN apontam a resolução de problemas como perspectiva metodológica de ensino, o qual permite a abordagem de conceitos, adotando procedimentos e atitudes que são necessários na formação do aluno, trazendo a resolução de problemas relacionada a problemas do cotidiano do aluno e aos diversos assuntos da Matemática.

Segundo Vasconcelos (2002), a resolução de problemas é vista como uma postura do educador diante da realidade, como uma articulação de uma teoria de compreensão e interpretação da realidade a uma prática especifica. No nosso caso, essa prática significa o ensino de determinado conteúdo, ou seja, a prática pedagógica. Além disso, é também vista como uma metodologia alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática, pois, falar em resolução de problemas é falar em regras, meios e métodos que conduzem descobertas, investigações, inovações, trazendo para o aluno uma nova abordagem de técnicas e estratégias que exigem pensamentos matemáticos diversos, podendo promover o gosto pela descoberta e o interesse pela Matemática. (ALLEVATO, 2005).

Dante (1998) enumera algumas vantagens de se trabalhar na perspectiva da resolução de problemas:

- Fazer o aluno pensar produtivamente;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Oportunizar aos alunos a aplicação da Matemática;
- Tornar as aulas mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar os alunos com estratégias para resolver problemas;
- Dar uma boa base matemática às pessoas.

Polya (1997) também diz que resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Ainda afirma este autor que se o fim por si só não sugere de imediato os meios, temos de procurá-los, refletindo conscientemente sobre como alcançar o resultado.

Ampliando esta ideia, este mesmo autor considera que, resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.

Nesse sentido, a resolução de problemas traz, como estratégia, o reconhecimento da situação-problema, a matematização, a formulação do problema, a hipótese e a resolução, interpretação da solução e validação da mesma, passos a serem seguidos para que se construa junto ao aluno problemas que enfatizem a importância da Matemática.

Allevato e Onuchic (2009, p.7-8), com o objetivo de contribuir através de suas pesquisas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, criaram um roteiro que pode servir como orientação a professores que pretendem seguir essa metodologia. O roteiro apresenta as seguintes etapas:

> 1) **Preparação do problema:** Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.
> 2) **Leitura individual:** Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
> 3) **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar nova leitura do problema. Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo-lhes o problema. Se houver, no texto do problema, palavra desconhecida para os alunos surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
> 4) **Resolução do problema:** De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da "matemática nova" que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
> 5) **Observar e incentivar:** Nessa etapa o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem.
> 6) **Registro das resoluções na lousa**: Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
> 7) **Plenária**: Para esta etapa são convidados todos os alunos para discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
> 8) **Busca do consenso**: Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
> 9) **Formalização do conteúdo**: Neste momento, denominado "formalização", o professor registra na lousa uma apresentação "formal" – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p, 7-8).

Nessa perspectiva de ensino e aprendizagem, promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos uma possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos. O nível ou o grau de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação eficiente dos mesmos. “A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão”. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 16).

Onuchic e Allevato (2011), conforme visto, consideram que o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento, e os professores, os responsáveis por conduzir esse processo. Dessa forma, a metodologia de resolução de problemas possibilita a melhoria na aprendizagem dos alunos, pois estes atuam ativamente na construção do conhecimento.

Diante disso, a resolução de problemas tem sido vista como uma metodologia de ensino capaz de promover um ambiente de investigação ao aluno, explorando e estimulando a sua criatividade na busca de estratégias para a resolução do problema. Trabalhando a comunicação, o raciocínio e o registro.

Polya (2006) coloca a descoberta como algo crucial na resolução de um problema. Para ele:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter (POLYA, 2006, p.5).

Assim, percebemos a importância da metodologia de Resolução de Problemas como prática em sala de aula, pois o papel do professor, neste processo, é incentivar, facilitar, mediar ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas e que levem o aluno a pensar e gerar seu próprio conhecimento.

Também é importante que haja um ambiente cooperativo, de exploração e descobertas no qual será relevante o andamento do processo, as tentativas, as conjecturas até se chegar no resultado final.

2.3 Resolução de Problemas no ensino de Geometria

A geometria está presente de diversas formas e em variadas situações na nossa vida, seja na natureza, nos objetos, nas artes, nas brincadeiras infantis, nos jogos, nas construções, etc. Faz parte da vida do ser humano desde a antiguidade e é um dos ramos mais antigos da

Matemática que estuda o espaço e as formas que podem ocupá-lo. Segundo Nacarato e Passos (2003, p.24), a geometria que se é ensinada nos Ensinos Fundamental e Médio atuais é aquela que estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço.

O processo de Ensino e Aprendizagem da geometria, por um longo tempo, ficou em segundo plano nos currículos de Matemática das escolas brasileiras, estando ausente ou quase ausente. A Geometria enfrentou um abandono histórico nas aulas de Matemática, pois algumas reformas ocorridas davam ênfase ao ensino de Álgebra, como pode ser verficado a seguir nas falas de Nacarato (2007),

> O MMM na década de 1960 agravou um quadro que já vinha se delineando: as dificuldades do professor em trabalhar geometria, abordagem teórica e axiomática da mesma não possibilitava relações com questões de ordem mais prática e a própria dicotomia existente na educação brasileira: a educação para elite, com presença da geometria, pois esta contribuiria para o desenvolvimento do espírito e a educação para o povo, com base nos rudimentos de leitura, escrita e cálculo. (NACARATO, 2007, p.1).

Corroborando com essa afirmação, Pavanello (1993) considera que o abandono do ensino da geometria nas salas de aula pode ser explicado devido ao contexto histórico-político do problema. Segundo este mesmo autor, apesar do abandono da geometria no ensino ser uma tendência geral, esse problema se torna mais evidente no ensino público e foi agravado após a promulgação da lei 5692/71 (BRASIL, 1971), publicada em 11 e agosto de 1971, a qual permitiu que professores elaborassem seu programa de acordo com a necessidade de seus alunos.

Essa liberdade possibilitou que muitos professores de Matemática, por se sentirem inseguros para trabalhar geometria, deixassem de inclui-la em seus programas, ou colocando-as para o final. Assim, justificariam que, por falta de tempo, o conteúdo não foi abordado. Como destaca Pavanello (1993), ao justificar os efeitos de da lei 5692/71,

> A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre programas das diferentes disciplinas sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação. Por outro lado, mesmo dentre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservaram o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula- talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão. (PAVANELLO, 1993, p.7).

Para Lorenzato (1995), os motivos para essa defasagem são: os professores não terem conhecimentos necessários para ensinar geometria e a exagerada valorização ao livro didático, que, muitas vezes, trazem esses conteúdos como um conjunto de fórmulas e definições que eram apresentados em seus capítulos finais.

Segundo Gazire (2000), os professores, em sua maioria, reconhecem que seu desconhecimento de geometria é uma das causas do abandono desta do Ensino Fundamental e Médio e simultaneamente, responsabilizam as faculdades e universidades pelo seu despreparo.

Nesse contexto, o ensino da geometria perde seu espaço nas aulas de Matemática, principalmente nas Instituições públicas de ensino e nos currículos que fomentam a educação básica. De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p.51), este fato prejudica o aprendizado do aluno, pois a Geometria é componente curricular de grande relevância, porque, por meio dela, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar o mundo ao seu redor. Então, os PCN destacam a importância desse ramo da Matemática que também serve de instrumento para outras áreas do conhecimento.

> [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997, p. 39).

Também dependendo da forma com que o conteúdo for ensinado, existem muitas possibilidades para que o aluno explore, represente, construa, discuta, investigue, perceba propriedades, o que é fundamental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e isto também é proposto na metodologia da resolução de problema. Ainda sobre a resolução de problemas para o ensino da geometria, encontra-se facilmente na literatura autores que dizem que os conceitos geométricos não devem ser trabalhados desvinculados das situações-problemas. (PIROLA, 2000).

Além disso, Garcia (1998) fala da importância do conhecimento que o professor deve ter a respeito do conteúdo a ser ensinado, bem como organizar esse conhecimento para um tipo de ensino que possa ser compreendido pelo aluno. Portanto, os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática para a Educação Básica e que os professores devem ter conhecimento da mesma para que seus conteúdos sejam corretamente compreendidos.

Farrel (1994) faz uma relação entre a geometria e a resolução de problemas, indicando que a geometria,

> [...] parece adequar-se especialmente a atividades de resolução de problemas. Tudo indica que a compreensão da geometria se aprofunda à medida que os alunos interagem para analisar construções, descobrir demonstrações ou para encontrar um modelo geométrico que melhor se ajuste a uma situação problema. Porém, o medo do conteúdo pode ser um impedimento para o êxito na resolução de problemas. Assim, no início de um curso, as atividades de resolução de problemas deveriam ter um alto potencial de sucesso para a maioria dos alunos. (FARREL,1994, p.296).

Diante disso, percebe-se que geometria pode sim ser ensinada na perspectiva da resolução de problemas, principalmente na maneira pela qual o conteúdo será trabalhado, sendo que isso demanda uma formação sólida do professor, como será visto a seguir.

2.4 Ensino-aprendizagem-avaliação

Neste tópico exploraremos os processos de ensinar, aprender e avaliar a geometria no contexto da resolução de problemas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais e as orientações de diversos estados, entre eles São Paulo, recomendam a exploração de cada tema matemático, buscando dar destaque à ideia de problematização e que além dos problemas já utilizados nas escolas, os professores busquem trabalhar com situações concretas e temas do cotidiano (SÃO PAULO, 2008). Além disso, No Currículo Básico Comum (MINAS GERAIS, 2014, p.15) é colocado que um dos principais objetivos do ensino de Matemática é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas, desde que estes sejam interessantes e despertem a curiosidade do aluno, podendo surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações são exploradas. Para tal, o professor pode utilizar como recurso o próprio meio em que esses estudantes estão inseridos.

Uma das formas mais acessíveis de proporcionar aos alunos que aprendam a aprender é a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino. Sendo assim, quando se ensina através da resolução de problemas, isso faz com que os alunos desenvolvam sua capacidade de aprender a aprender, determinando, por si próprios, respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, ao invés de esperar uma resposta já pronta dada pelo professor ou pelo livro-texto.

Pozo e Echeverría (1988, p.14) acrescentam que não é suficiente "dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes," mas faz-se necessário "criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta".

Porém, vemos que não basta que o aluno aprenda somente a resolver problemas. Ele também deverá saber propor situações-problemas que envolvam o cotidiano e também saber reconhecê-las. Para tanto, torna-se importante incentivar o hábito de problematizar, e, principalmente, a busca de respostas e soluções de suas próprias indagações.

Ainda Segundo Pozo e Echeverría (1998), quando a prática proporcionar a solução direta e eficaz para a solução de um problema, escolar ou pessoal, acabaremos aplicando essa solução rotineiramente, e a tarefa servirá, simplesmente, para exercitar habilidades já adquiridas.

De acordo com as normas para o currículo e para avaliação (NCTM, 1994), o maior objetivo do ensino da Matemática é ajudar todos os alunos a desenvolver o seu "poder matemático" e, para isso, os professores devem envolvê-los na formulação e na resolução de uma grande diversidade de problemas, criando conjecturas e argumentos que validem a solução do mesmo. O aluno deve sentir que o problema é seu, que o papel central na resolução do problema é dele.

Segundo Sousa (2005), professores e alunos desenvolvem o gosto pela Matemática se os problemas despertarem a curiosidade, estimularem a pesquisa, motivarem a procura de novas estratégias que serão utilizadas e se todo esse conhecimento permitir desenvolver capacidades, tais como o pensar, raciocinar, questionar, criar estratégias e partilhar ideias para encontrar a solução do problema. Por isso, cada vez mais, pesquisadores e professores atribuem maior relevância a essa metodologia.

As orientações curriculares em Matemática preconizam uma avaliação ao serviço das aprendizagens dos alunos de que as formas de avaliação constituam situações de aprendizagem e as componentes reguladoras e autorreguladoras ganhem relevo, permitindo a implicação do aluno no processo de avaliação (NCTM, 2007 citando Ponte et al., 2000).

A partir do exposto entende-se que a avaliação para a aprendizagem tem por objetivo contribuir para a aprendizagem, através do desenvolvimento da capacidade de autorregulação dos alunos. No âmbito da resolução de problemas, o processo de avaliação é visto como a capacidade de resolver problemas matemáticos, mostrando experiência em pensar, raciocinar, planear, comunicar, analisar e generalizar, para além de desenvolver a confiança e predisposição necessárias para se envolver na resolução de problemas. Isso inclui a planificação, a recolha de evidência, a interpretação dessa evidência e a utilização dos resultados (NCTM, 2007).

Essa avaliação é algo complexo, pois envolve um conjunto de fatores em âmbitos diferentes. Assim, é fundamental que os professores estejam cientes da complexidade dos fatores que influenciam o desempenho dos alunos na resolução de problemas, no sentido de utilizarem um conjunto diversificado de instrumentos de avaliação neste domínio.

Neste referencial, abordamos as principais contribuições que a metodologia de resolução de problemas traz para as aulas de Matemática, e como o ensino da geometria, ao longo dos anos, passou por um processo de adaptação curricular devido à amplitude de seus conceitos, fator que colaborou na insegurança por parte dos professores em introduzi-los em suas aulas, deixando este conteúdo de lado, ou simplesmente para último componente do ano letivo a fim de não ensiná-lo, uma vez que o professor possui uma vasta demanda de componentes.

Durante esta seção buscamos relacionar a resolução de problemas com a geometria, apontando a eficácia de tal metodologia no processo de ensino-aprendizagem, a partir das falas dos autores estudados no decorrer da pesquisa. No próximo capítulo acontece a análise dos dados obtidos a partir das oficinas realizadas.

3 DESCRIÇÃO DA PROPOSTA E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo, apresentaremos as atividades, os relatórios e relatos dos acontecimentos de cada oficina, algumas descrições de resoluções e, posteriormente, a análise dos dados. Tais análises foram feitas segundo as propostas dos PCN e dos principais pesquisadores já citados, como Dante (1998), Allevato e Onuchic (2009), Polya (1997).

A seguir abordaremos as quatro categorias já mencionadas na metodologia, descrevendo as situações-problemas que se encaixam no contexto de cada uma, trazendo uma análise detalhada a partir da leitura, resolução, socialização e formalização de conceitos dos colaboradores frente a cada oficina.

Ressaltamos que as situações-problemas listadas podem (e é natural) que tenham elementos de interseção com diferentes habilidades no âmbito do ENEM. Além disso, as que foram explicitadas nesta análise são representativas da realidade investigada. Também atentamos para o fato de que a proposta de que os alunos reformulassem os problemas de forma que melhorassem o entendimento e a interpretação, foi feita oralmente e, portanto, não foi possível colocar fotos desses problemas reformulados.

3.1 Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objeto no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional

Neste tópico apresentaremos as situações-problemas que se destacam na primeira das quatro categorias de análise. O objetivo destas é que o aluno possa, através de construções ou análise de figuras com base nas informações disponíveis no enunciado, resolver o problema proposto. Dessa forma, quanto maior o repertório de formas geométricas o aluno conhecer, mais apto este estará para enfrentar as situações-problemas desse conteúdo.

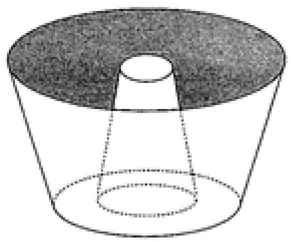
3.1.1 Leitura

Ao início de cada oficina, foram dadas as devidas instruções aos participantes sobre como aconteceriam as dinâmicas. Estes recebiam as folhas com as situações-problemas e divididos em grupos iniciavam as leituras. Seguindo o roteiro apresentado por Allevato e Onuchic (2009), eles faziam a leitura individual, depois em grupo, e, logo após, começavam a discutir sobre as possíveis soluções para as situações-problemas propostas.

Sugerimos que resolvessem um problema por vez, não importando o tempo que levassem para chegar à solução. Em seguida, discutimos sobre as possíveis respostas antes de iniciar a próxima situação-problema. Como ressalva, pedimos um prazo para que tivéssemos tempo de discutir soluções e os métodos utilizados por eles para se chegar à solução. Cada oficina tinha duração de 2h/aula. Apresentamos a seguir, algumas situações-problemas com suas respectivas resoluções e comentários.

Figura 2 – Problema 1

Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais.

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

Nesta situação-problema, o objetivo era saber identificar sólidos geométricos e suas propriedades. O problema em questão se referia a troncos de cones, e para resolvê-lo, o aluno deveria ter como conhecimento prévio as características de cada sólido. Nesta, em especial, os participantes deveriam perceber que as figuras não eram cones completos e também não poderiam ser cilindros, pois uma das bases era maior que a outra. Então, se estes descrevessem tal percepção nas respostas apresentadas, poderíamos identificar que eles entenderam a proposta apresentada.

Já na situação-problema apresentada a seguir, se tem a representação de uma figura em forma de guarda-chuva que exige do aluno a capacidade de associá-la a uma forma geométrica adquirida no processo de revolução de uma figura plana. Neste caso, a resposta correta seria o cone.

Figura 3 – Problema 2

A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.

Disponível em: http://mdmat.psico.ufrgs.br. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

- Ⓐ pirâmide.
- Ⓑ semiesfera.
- Ⓒ cilindro.
- Ⓓ tronco de cone.
- Ⓔ cone.

Fonte: Inep, 2011 – adaptada.

Vale ressaltar que, mesmo alguns alunos não conhecendo o que significava um sólido de revolução, estes, a partir da imagem apresentada, descreveram a resposta correta, associando o desenho do guarda-chuva a um cone.

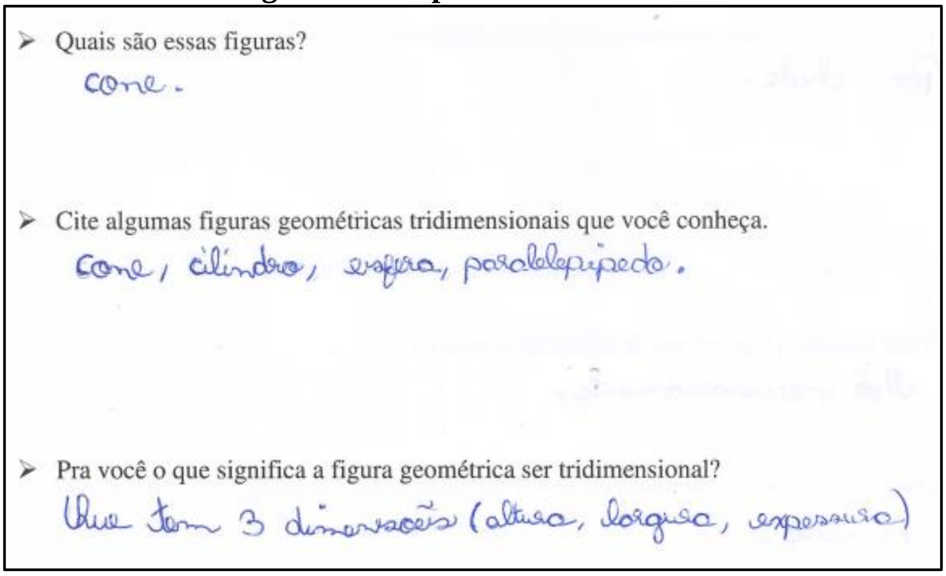
As situações-problemas dessa seção requerem do aluno interpretação e análise das figuras apresentadas, fator fundamental para o direcionamento da resposta correta, pois, segundo Smole e Diniz (2001, p.16), ao compreender o que fora proposto, num momento em grupo como estes se encontravam, a comunicação e troca de informações tornam o momento promissor e realçado através do conhecimento adquirido.

3.1.2 Resolução

Nesta etapa da pesquisa, após a leitura das situações-problemas pelos colaboradores, iniciavam-se as resoluções. Enquanto eles tentavam resolver os problemas, buscávamos observar cada detalhe que fosse fundamental para entendermos esse processo: cada diálogo entre eles, as discussões acerca do problema proposto e a linha de raciocínio apresentada por eles aos outros colegas do grupo.

Como mediadores de conhecimento, incentivamos a trabalharem em grupo, instigamos o desejo da investigação e, principalmente, o de se chegar à solução do problema. Na análise das respostas, no problema 1, por exemplo, percebemos que eles não souberam identificar os sólidos como tronco de cone, porém, notamos através disso, que eles sabem as características de um cilindro, pois eles não colocaram o sólido como cilindro e sim como um cone, como foi descrito na resposta apresentada abaixo pelo aluno A. Porém, através da adaptação dessa questão, podemos explorar ainda mais o conhecimento do aluno, e isso foi feito com sucesso nos questionamentos seguintes.

Figura 4 – Resposta aluno A


➢ Quais são essas figuras?

cone.

➢ Cite algumas figuras geométricas tridimensionais que você conheça.

cone, cilindro, esfera, paralelepipedo.

➢ Pra você o que significa a figura geométrica ser tridimensional?

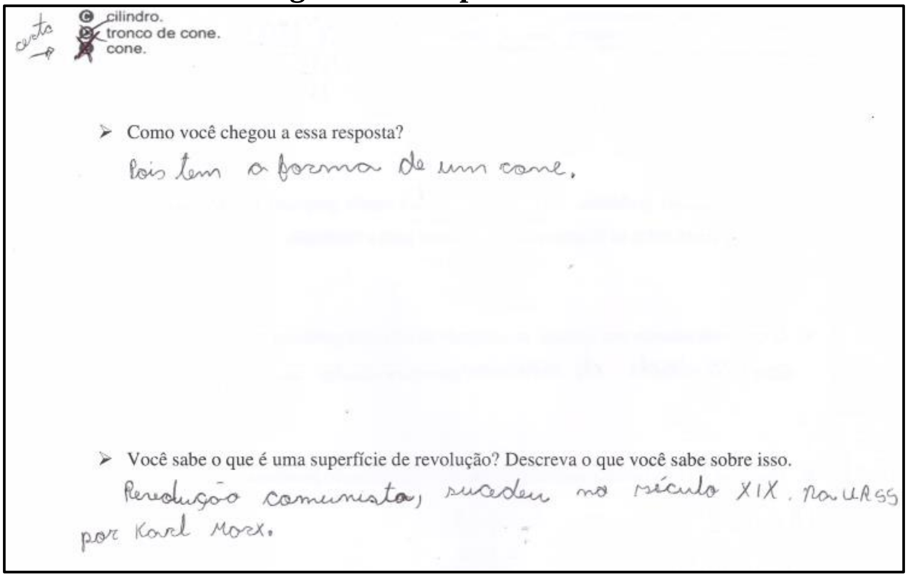
Que tem 3 dimensões (altura, largura, espessura)

Fonte: Dados da pesquisa.

Durante as resoluções, a carência de determinados conceitos era fator determinante na hora de definir uma resposta correta para as situações-problemas propostas, como na 1, em que o corte em parte das figuras trouxe grandes discussões entre os colaboradores que afirmavam nunca ter visto tal imagem e apresentaram uma resposta baseando a imagem da situação-problema com uma figura geométrica espacial completa.

Já no caso da situação-problema 2, os alunos basearam a resposta em um sólido conhecido da geometria espacial, porém, é possível perceber que, ao associar o conhecimento adquirido no problema 2, esse aluno teve dúvidas em relação à resposta correta, chegando à conclusão final depois das discussões feitas em grupo. Importante ressaltar que os alunos não tinham conhecimento sobre sólidos de revolução ou superfície de revolução e tal conceito foi construído através da resolução do problema proposto seguido de plenária. Tal resolução pode ser verificada na resposta apresentada a seguir por um aluno B.

Figura 5 – Resposta aluno B


certo
cilindro.
tronco de cone.
cone.

➢ Como você chegou a essa resposta?

Pois tem a forma de um cone.

➢ Você sabe o que é uma superfície de revolução? Descreva o que você sabe sobre isso.

Revolução comunista, sucedeu no século XIX. na URSS por Karl Marx.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao dizer que este participante não tinha conhecimento algum sobre superfície de revolução, podemos observar, na imagem acima, que, ao ser questionado sobre o que este tinha de conhecimentos sobre tal conteúdo, o mesmo associara a palavra revolução como um marco histórico que, no caso, fora a Revolução Comunista. No âmbito de nossa pesquisa, percebemos a necessidade de intervir neste momento, apresentando as definições e características dessa parte da geometria, de forma a introduzir estes conceitos ao participante.

3.1.3 Socialização

Após as resoluções das situações-problemas propostas, iniciamos os comentários sobre as resoluções, dúvidas, e as estratégias adotadas por cada um para chegar à solução final.

Em determinados momentos, alguns destes colaboradores iam à lousa apresentar suas resoluções e como chegaram a elas, quando discussões acerca dos problemas e suas soluções eram feitas pelos demais colaboradores. Após as discussões à frente da lousa, apresentamos e formalizamos os conteúdos, enfatizando aqueles que eles afirmaram não ter conhecimento algum. A seguir, têm-se alguns momentos em que os alunos estão desenvolvendo as atividades.

Imagem 1 – Desenvolvimento das atividades

Fonte: Dados da pesquisa.

Como se pode perceber, os participantes reunidos em grupo estão em processo de resolução dos problemas, o que implica na usabilidade do roteiro apresentado pelas autoras Allevato e Onuchic (2009), que envolve o trabalho em grupo, onde experiências e trocas de conhecimentos favorecem na busca por uma solução.

3.1.4 Formalização de conceitos

Ao irem à lousa pedíamos que, além de descrever a resposta, comentassem o passo a passo até a resposta final, e se mais alguém tivesse uma solução diferente, pedíamos que fizesse o mesmo, para, logo após, lançar comentários acerca dos erros e acertos.

Nas atividades citadas neste tópico, as resoluções eram baseadas em análise de imagens, para isso, era necessário possuir conhecimentos específicos como conceitos de figuras de revolução.

Os alunos, nas duas situações-problemas tiveram reações peculiares. Afinal, na primeira situação-problema, estes não conseguiram descrever que as figuras apresentadas estavam referindo-se a troncos de cone, ou apenas uma parte do cone, e descreveram como resposta a figura como um todo, no caso, o cone. Já na situação-problema 2, por mais que não conhecessem o que era uma figura de revolução, estes conseguiram, a partir da imagem inserida, associá-la a uma resposta.

Nesta parte da pesquisa foi necessário apresentar os conceitos do que seria uma figura de revolução. Para melhor construção do conceito, apresentamos alguns exemplos que trouxe momentos de descontração entre os envolvidos.

3.2 Identificar características de polígonos ou sólidos

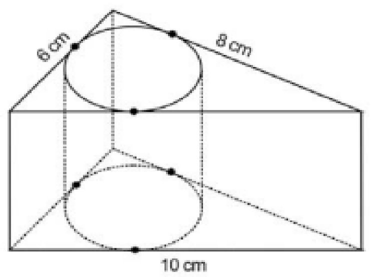
As situações-problemas referentes a esta habilidade envolvem as propriedades das figuras geométricas, ou seja, os principais teoremas matemáticos. Ao realizar a leitura do que fora proposto, inicialmente o colaborador deve ver a figura, identificar qual a composição dela e qual processo utilizado para calcular cada uma das partes.

3.2.1 Leitura

Nas situações-problemas apresentadas a seguir, quanto à leitura do que fora proposto, foi possível verificar a sua importância, já que os colaboradores, através dela, extraíam as informações necessárias para a compreensão e os dados necessários para a busca da solução. Das situações-problemas aplicadas nas oficinas, as que se enquadram nesta categoria são:

Figura 6 – Problema 3

Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente às suas faces laterais, conforme mostra a figura.



O raio da perfuração da peça é igual a

Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

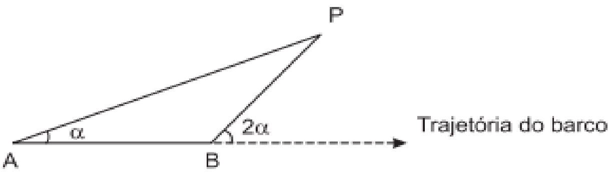
Na situação-problema apresentada acima, o objetivo era identificar a medida do raio da circunferência inscrito na figura. Para tal, o participante, a partir de seus conhecimentos prévios, deveria perceber algumas relações geométricas, como, por exemplo, a semelhança de lados através da análise das figuras apresentadas, para auxiliá-lo na resolução do que fora proposto.

No âmbito do Enem, tal situação-problema requer um nível de conhecimento maior, raciocínio e atenção por parte do participante, mas isso não basta, pois, segundo Pozo e Echeverría (1988, p.14), o aluno ter a habilidade e a estratégia é eficaz, mas não suficientes, e, por isso, a importância de se criar o hábito e a atitude de enfrentar o ato de aprender como um problema, para o qual deve se encontrar respostas.

Já na situação-problema a seguir, o objetivo era que o participante apresentasse a menor distância da posição em que o barco se encontrava ao ponto P. Para isso, o aluno deveria identificar o melhor caminho para alcançar a resposta, sendo que este poderia fazer uso das propriedades de ângulos internos, triângulo retângulo e trigonometria.

Figura 7 – Problema 4

Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2 000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

Ⓐ 1 000 m.
Ⓑ $1\,000\sqrt{3}$ m.
Ⓒ $2\,000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
Ⓓ 2 000 m.
Ⓔ $2\,000\sqrt{3}$ m.

Fonte: Inep, 2011 – adaptada.

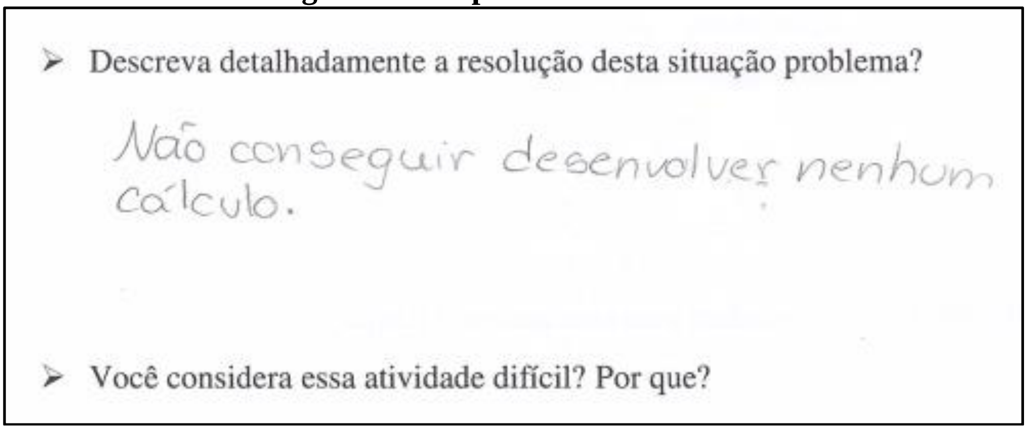
Nesta situação-problema, os alunos encontraram maior facilidade quanto à interpretação dos dados, e consequentemente, a resolução. Segundo tais participantes, os conteúdos específicos para se resolver tal situação-problema, haviam aprendido recentemente nas aulas regulares, fator que facilitou a análise dos dados. Além disso, consideraram que a descrição das informações não era complexa.

Nessa perspectiva, temos a fala de Albuquerque (2007, p.43), ao enfatizar que "um problema matemático requer situações de leitura, intepretação, compreensão e construção dos esquemas mentais". Para isso, este autor considera que a construção textual exerce um fator preponderante no resultado do problema matemático, ou seja, uma descrição objetiva e clara do problema auxilia no processo de leitura que, consequentemente, atuará na resolução correta do problema.

3.2.2 Resolução

Durante a resolução das situações-problemas apresentadas acima, percebemos que no problema 3 os alunos encontraram certo desconforto, pois não conseguiam identificar as relações existentes nas figuras que lhes auxiliasse na descoberta da medida do raio. Neste caso, nenhum aluno apresentou resposta, como representado na figura a seguir:

Figura 8 – Resposta aluno C



➢ Descreva detalhadamente a resolução desta situação problema?

Não conseguir desenvolver nenhum cálculo.

➢ Você considera essa atividade difícil? Por que?

Fonte: Dados da pesquisa.

Uma importante característica da resolução de problemas é colocar o aluno numa situação desafiadora, na qual ele deve usar seus conhecimentos prévios para alcançar a solução dos mesmos, como afirma Polya (2006), ao trazer que, por mais simples que o problema seja, este deve instigar o aluno a desafiar seus próprios conhecimentos, para encontrar a devida solução.

Na situação-problema analisada, o participante sequer descreveu suas possíveis estratégias ou argumentos, preferindo dizer que não conseguira desenvolver nenhum cálculo. No âmbito do Enem, este aluno estava diante de uma situação-problema que possui grau avançado de dificuldade, ou seja, exige aplicação de vários conhecimentos matemáticos para se chegar à resposta correta, o que, muitas vezes, pode confundir o aluno.

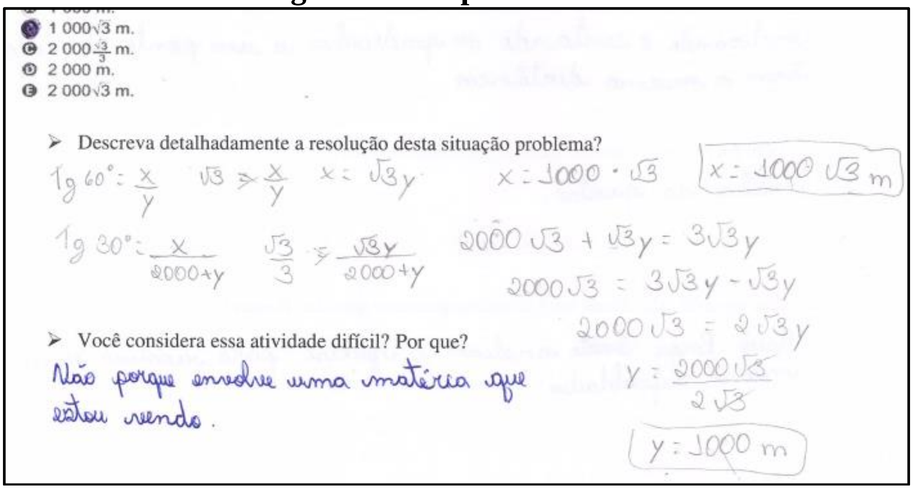
Enquanto investigadores, não estávamos focados em exigir do participante que apresentasse uma resposta correta, mas queríamos analisar e acompanhar sua postura, raciocínio, estratégias e potencialidades frente a tal situação-problema.

O fato de não conseguirem identificar a resposta não diminui o potencial destes participantes, apesar de não apresentarem nenhuma estratégia na folha de respostas, houve discussão em grupo em busca da estratégia de resolução.

Farrel (1994) traz em suas pesquisas sobre a compreensão da geometria como algo que se aprofunda à medida que os alunos interagem com construções, demonstrações ou na identificação de um modelo geométrico que melhor se ajuste à situação-problema. Traz, ainda, que o medo/receio acerca do conteúdo pode ser um impedimento para o êxito na resolução de problemas. Tal situação nos remete ao fato da importância do professor enquanto intermediador do conhecimento, colocando o aluno em contato com situações-problemas neste formato, de forma a estimular o cognitivo desses alunos.

Já na situação-problema 4 apresentada na figura 7, todos os alunos conseguiram efetuar os cálculos para a definição da resposta. Nela, os alunos encontraram um modelo de atividade parecida com as que já resolvem no cotidiano escolar, principalmente porque estes identificaram a figura do triângulo retângulo como recurso facilitador para a resolução. Mesmo divididos em grupos, foi comum o uso das relações trigonométricas no desenvolvimento da resposta, trazendo aplicações dos conceitos de seno, cosseno e tangente, como se pode perceber na figura 9 a seguir:

Figura 9 – Resposta aluno D



b) $1\,000\sqrt{3}$ m.
c) $2\,000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
d) $2\,000$ m.
e) $2\,000\sqrt{3}$ m.

➢ Descreva detalhadamente a resolução desta situação problema?

$tg\,60° = \frac{x}{y}$ $\quad \sqrt{3} = \frac{x}{y}$ $\quad x = \sqrt{3}y$ $\quad x = 1000 \cdot \sqrt{3}$ $\quad \boxed{x = 1000\sqrt{3}\ m}$

$tg\,30° = \frac{x}{2000+y}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}y}{2000+y}$ $\quad 2000\sqrt{3} + \sqrt{3}y = 3\sqrt{3}y$

$2000\sqrt{3} = 3\sqrt{3}y - \sqrt{3}y$

$2000\sqrt{3} = 2\sqrt{3}y$

$y = \frac{2000\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$\boxed{y = 1000\ m}$

➢ Você considera essa atividade difícil? Por que?

Não porque envolve uma matéria que estou vendo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando a figura, percebe-se que este aluno encontra duas respostas, um valor para *x* e outro para *y*, e soube, além de encontrar tais respostas, qual seria usual na resposta final da situação-problema, pois, como pode ser visto, ele marcou a opção *b*. Pelo comentário apresentado por este participante ao dizer que não considerava a atividade difícil porque envolvia uma matéria que atualmente estava sendo ensinada, percebe-se a importância de construir conhecimentos sólidos que farão a diferença no futuro, como neste caso, a avaliação do Enem, além de como é importante que o aluno compreenda tais conceitos pra fazer uso de sua aplicabilidade em diversas situações.

3.2.3 Socialização

Durante a resolução das atividades propostas nesta seção, houve discussões em todos os problemas propostos, pois na primeira atividade, na tentativa de encontrar meios para chegar à medida do raio, por mais técnicas e argumentos que surgiam, os colaboradores não conseguiam relacionar os conhecimentos prévios que possuíam com os dados apresentados na situação-problema, e, consequentemente, organizar e interpretar como se chegar à resposta final.

Ao percebermos a dificuldade encontrada por eles, não na interpretação a partir da leitura do problema, mas sim na interpretação dos dados já inseridos na figura, sugerimos que iniciassem a próxima leitura, pois, no momento de análise das respostas, faríamos a leitura em conjunto da situação-problema, assim como a resolveríamos em conjunto.

No caso da situação-problema da figura 7, como já dito, os alunos, já familiarizados com o conteúdo, não tiveram dificuldades no processo de resolução, desde a retirada das informações até a formalização final da resposta. A seguir tem-se as fotografias dos participantes durante as oficinas:

Imagem 2 – Desenvolvimento das atividades

Fonte: Dados da pesquisa.

É importante ressaltar que um ou dois colaboradores, esperavam algum outro colega comentar um possível jeito de iniciar a resolução, mas não porque tiveram problemas com a parte algébrica, mas acreditamos que seja para ter certeza do raciocínio que tinham para si de como fazer e a fala do colega tiraria certa insegurança sobre como iniciar.

Nesta etapa da pesquisa, incentivávamos e intermediávamos as discussões, a fim de auxiliá-los quanto às dúvidas que surgiam no decorrer das discussões. Porém, em momento algum ensinávamos esses participantes, mas lançávamos perguntas que lhes faziam pensar e discutir em como seguir no processo de resolução.

3.2.4 Formalização de conceitos

Finalizadas as atividades referentes à habilidade “identificar características de polígonos ou sólidos”, devido à unanimidade de alunos que não conseguiram resolver a situação-problema 3, então, um dos pesquisadores foi até a lousa, desenhou a figura e iniciou a resolução passo a passo, levando em consideração o que havia acompanhado durante a aplicação da oficina. Ou seja, o alunos descreveram as informações corretas na figura, porém não souberam interpretá-las. Dessa forma, o pesquisador foi construindo esse raciocínio com os alunos até a resposta final.

Neste momento, falas dos colaboradores como “*era só isso”, “como eu não pensei nisso”* eram frequentes. Estes dialogavam a todo o momento fazendo perguntas como forma de sanar suas dúvidas frente a tal problemática.

Esta situação-problema tem grande importância para esta pesquisa, pois se percebe certa limitação e insegurança na aplicação de conhecimentos geométricos, e isso é devido ao processo de adaptação da Geometria como componente curricular ao longo dos anos, que não recebeu a devida importância. Esse fator afetou, principalmente, a formação inicial do professor deixando-o, muitas vezes, sem contato com tal conteúdo durante a vida acadêmica, e sofrendo ao atuar em sala de aula, como afirma Lorenzatto (1995), ao dizer que uma das causas para a defasagem da geometria é que os professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas ou à valorização do livro didático que às vezes traz tal conteúdo no final de seus capítulos, e com mera exposição de conceitos e aplicação de fórmulas.

Já na quarta situação-problema, em que o aluno deveria encontrar a distância que barco se encontrava do ponto *“p”,* um aluno foi até a lousa e apresentou, de forma objetiva e clara, a resposta que considerava correta. Através da fala, explicou com segurança o que havia feito, e neste caso, estava correta a resposta. Perguntamos se todos tinham encontrado a mesma resposta, e após o “sim”, questionamos se alguém fez diferente. Os outros colaboradores disseram que não, pois aplicaram conceitos parecidos, já que haviam aprendido recentemente.

3.3 Utilizar o teorema de Pitágoras ou semelhança de triângulos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano

Nessa categoria, o participante deve mostrar que tem capacidade de encontrar uma solução matemática combinada com a razoabilidade de uma justificativa que a complemente. Assim, é como se o aluno precisasse descobrir qual o número deve mudar para atingir a resposta. Para tanto, o candidato deve mostrar que sabe realizar as contas que envolvem a geometria e chegar ao resultado esperado. Os quatro casos que os alunos comumente precisam enfrentar durante a oficina são: o cálculo da medida de um ângulo, de um volume, de uma área e de um comprimento.

3.3.1 Leitura

Nas situações-problema descritas nesta seção, os colaboradores quanto à leitura, demonstraram coerência e segurança sobre a leitura e retirada dos dados a partir da compreensão do que estava sendo proposto.

Na figura a seguir, para que o participante pudesse encontrar a resposta correta, era necessário calcular, inicialmente, a área de uma cerâmica com seus dados descritos no problema, sendo que após um processo de cozimento haveria uma redução de suas dimensões e uma nova área deveria ser encontrada. Assim, pede-se que se identifique qual a porcentagem de redução de área dessa nova figura em relação à inicial. Segue a situação-problema:

Figura 10 – Problema 5

A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

A 4%.
B 20%.
C 36%.
D 64%.
E 96%.

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

Nesta situação-problema, estes participantes iniciaram com a leitura individual e, logo após, fizeram-na em conjunto. Assim que o problema foi compreendido, eles passam a discutir entre si sobre uma possível resolução. Vale ressaltar que o processo de resolução de problemas segue as etapas de Allevato e Onuchic (2009), que contribuem para a melhor explanação de um problema. Percebemos, neste caso, que os alunos foram coerentes na retirada dos dados e descrição de suas respostas, sendo que esta gerou grandes discussões entre os grupos, principalmente na usabilidade dos cálculos para definir a redução correta.

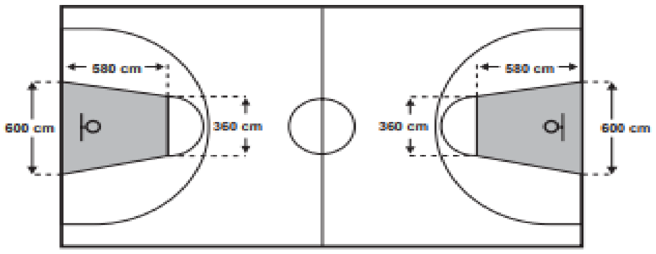
A resolução de problemas, por sua vez, atua nesse processo como mediadora na consolidação do conhecimento. Nesse sentido, Dante (2002), afirma que, através dela, o aluno passa a pensar produtivamente, ensina-o a enfrentar situações novas, torna as aulas mais interessantes e desafiadores, equipa-os com estratégias, além de fornecer-lhes uma boa base matemática.

Dessa forma, pode-se dizer que na situação-problema acima descrita, os participantes vivenciaram as potencialidades desse processo, uma vez que interpretaram a proposta, retiraram as informações que são usuais para iniciarem suas resoluções, e, consequentemente, já são auxiliados na busca pela resposta correta.

Dando sequência à análise, apresentamos a próxima situação-problema que se trata de do esquema de uma quadra basquete que passará por uma mudança entre as áreas da região do garrafão que, inicialmente como mostra no esquema I, era em formato de trapézio, e será modificado para o formato do esquema II, que é retângulo. Neste caso, o participante deveria encontrar qual foi a variação entre essas duas áreas, de forma a identificar se houve aumento ou redução e seu respectivo valor. Para tal, é necessário saber como calcular a área do trapézio e do retângulo, para, logo em seguida, verificar essa diferença. Segue a situação-problema apresentada:

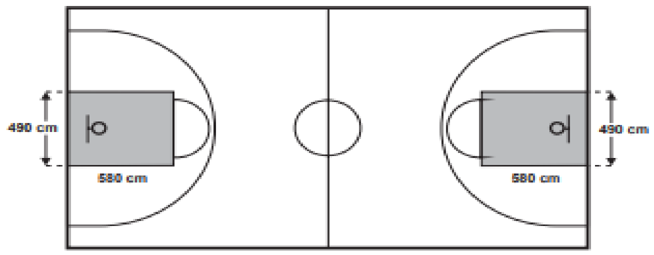
Figura 11 – Problema 6

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

Fonte: Inep, 2015 – adaptada.

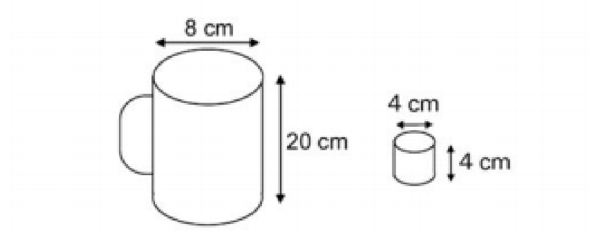
Esta situação-problema requeria atenção do aluno quanto à retirada dos dados e as relações a serem estabelecidas entre as figuras da imagem, sobre os conceitos e, consequentemente, a verificação dessas mudanças de áreas. Pode-se dizer que neste modelo em questão, os alunos não discutiram sobre os dados, conferindo apenas as respostas, que foram unânimes, e afirmaram que foi de fácil interpretação.

Na figura 12, a seguir, o objetivo da situação-problema era que o aluno, a partir dos conhecimentos sobre a geometria espacial, calculasse o volume dos dois objetos apresentados como forma de compará-los, segundo as orientações propostas.

Nesta situação-problema, além de operações algébricas, os participantes deveriam dar atenção quanto à interpretação do enunciado, pois era preciso calcular o volume de líquido necessário em uma jarra, que preenchesse, exatamente, 20 copinhos pela metade desse mesmo líquido. A problemática desta é a fórmula do volume do cilindro, que gerou discussões entre os grupos, pois os mesmos não a lembraram de imediato.

Figura 12 – Problema 7

Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

A encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
B encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
C encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
D encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
E encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

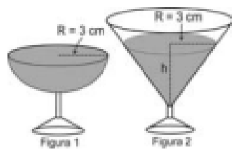
Após discussões entre os grupos, percebemos que alguns desses participantes desistiam de pensar em uma forma de solucioná-lo, simplesmente pelo fato de não lembrarem a fórmula para se calcular o volume do cilindro. Outros já rascunhavam métodos de alcançar tal resposta porque sabiam que o volume de superfície era a capacidade de líquido que comportava.

Dante (1988) traz uma reflexão relacionada a este momento vivenciado por estes participantes, ao dizer que o problema é uma situação no qual se procura algo desconhecido sendo que o aluno não precisa ter conhecimento de qualquer algoritmo prévio. Nesse caso, a própria atividade busca desenvolver a criatividade e estratégias para se chegar a sua resolução. Este autor ainda afirma que isso só se alcança a partir de uma leitura e compreensão do problema, para, então, o aluno colocar em prática suas estratégias e revisar a solução encontrada. Neste problema isso pode ser verificado, uma vez que parte desses participantes, não lembrando da fórmula, adotaram estratégias para encontrar a solução.

Já a figura 13 trata de uma situação-problema similar à descrita anteriormente, pois tem como objetivo o cálculo de volume de dois objetos. Neste caso, pede-se que a quantidade de líquido nos dois recipientes fosse igual, sendo que um é em formato esférico e o outro cônico. Para auxiliá-los foram dadas ambas as fórmulas, como pode ser verificado a seguir:

Figura 13 – Problema 8

Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad e \qquad V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

- A 1,33.
- B 6,00.
- C 12,00.
- D 56,52.
- E 113,04.

Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Neste caso, os alunos deveriam estar atentos, ao relacionar as fórmulas com os recipientes, ou seja, a situação-problema traz a fórmula para se calcular o volume de uma esfera, porém, apresenta uma semiesfera, fator que levou os colaboradores a apresentarem uma resposta incorreta. O impasse encontrado foi esta falta de atenção quanto à análise dos dados, uma vez que nos cálculos efetuados não haviam erros, porém, a resposta não foi a usual, porque todos não perceberam este detalhe sobre a esfera.

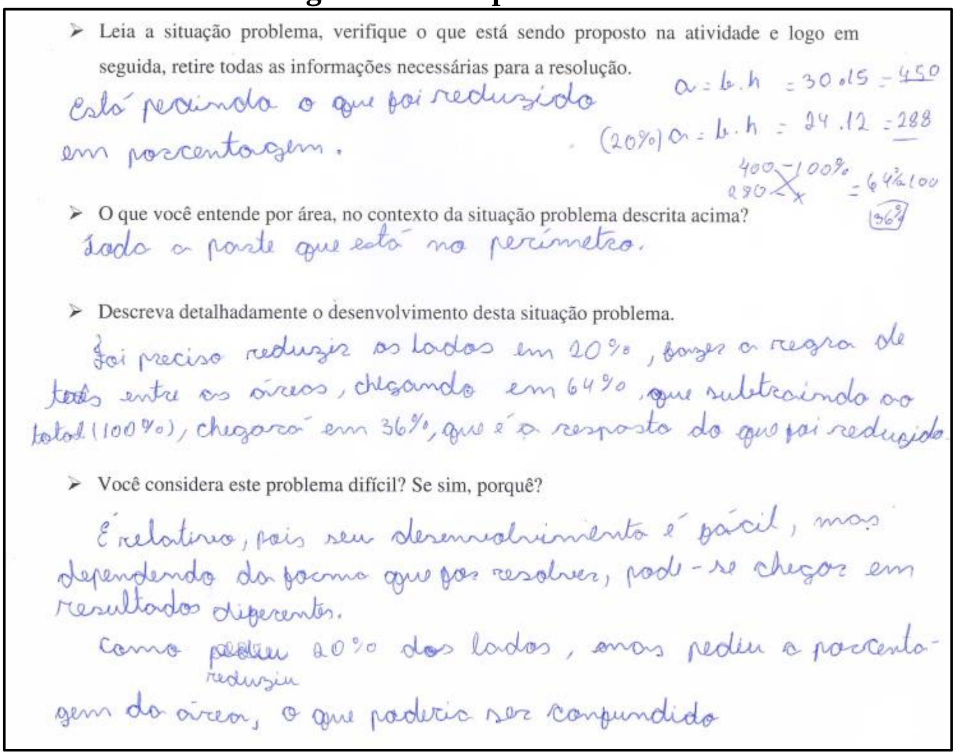
Neste contexto, Smole e Diniz (2001, p.72) trazem a dificuldade que alguns alunos encontram em ler e compreender textos de problemas, então ligada à ausência de um trabalho específico com o próprio texto. Além disso, tais autoras consideram que o estilo no qual os problemas matemáticos geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema também são cruciais durante o processo de resolução de uma situação-problema, como pode ser observado nos casos citados nesta seção.

3.3.2 Resolução

Na resolução das atividades, os participantes foram instruídos a descreverem o máximo que poderiam do raciocínio na folha de resposta, para que pudéssemos acompanhar seu raciocínio e erros durantes os cálculos.

As respostas apresentadas nas figuras a seguir fazem referência à situação-problema 5, que aborda sobre a peça de cerâmica que sofre uma redução de suas dimensões após um processo de cozimento, e pede-se que fosse feita uma análise entre as áreas antes e pós cozimento. Em suas respostas, os colaboradores deveriam apresentar que a nova área encontrada em relação à inicial representa uma redução de 36%. Tais resoluções podem ser observadas a seguir:

Figura 14 – Resposta aluno E



➢ Leia a situação problema, verifique o que está sendo proposto na atividade e logo em seguida, retire todas as informações necessárias para a resolução.

Está pedindo o que foi reduzido em porcentagem.

a = b.h = 30.15 = 450

(20%) a = b.h = 24.12 = 288

400 — 100%

280 — x

= 64% 100

36%

➢ O que você entende por área, no contexto da situação problema descrita acima?

Todo a parte que está no perímetro.

➢ Descreva detalhadamente o desenvolvimento desta situação problema.

Foi preciso reduzir os lados em 20%, fazer a regra de três entre as áreas, chegando em 64%, que subtraindo ao total (100%), chegará em 36%, que é a resposta do que foi reduzido.

➢ Você considera este problema difícil? Se sim, porquê?

É relativo, pois seu desenvolvimento é fácil, mas dependendo da forma que for resolver, pode-se chegar em resultados diferentes.

Como ~~pediu~~ reduziu 20% dos lados, mas pediu a porcentagem da área, o que poderia ser confundido

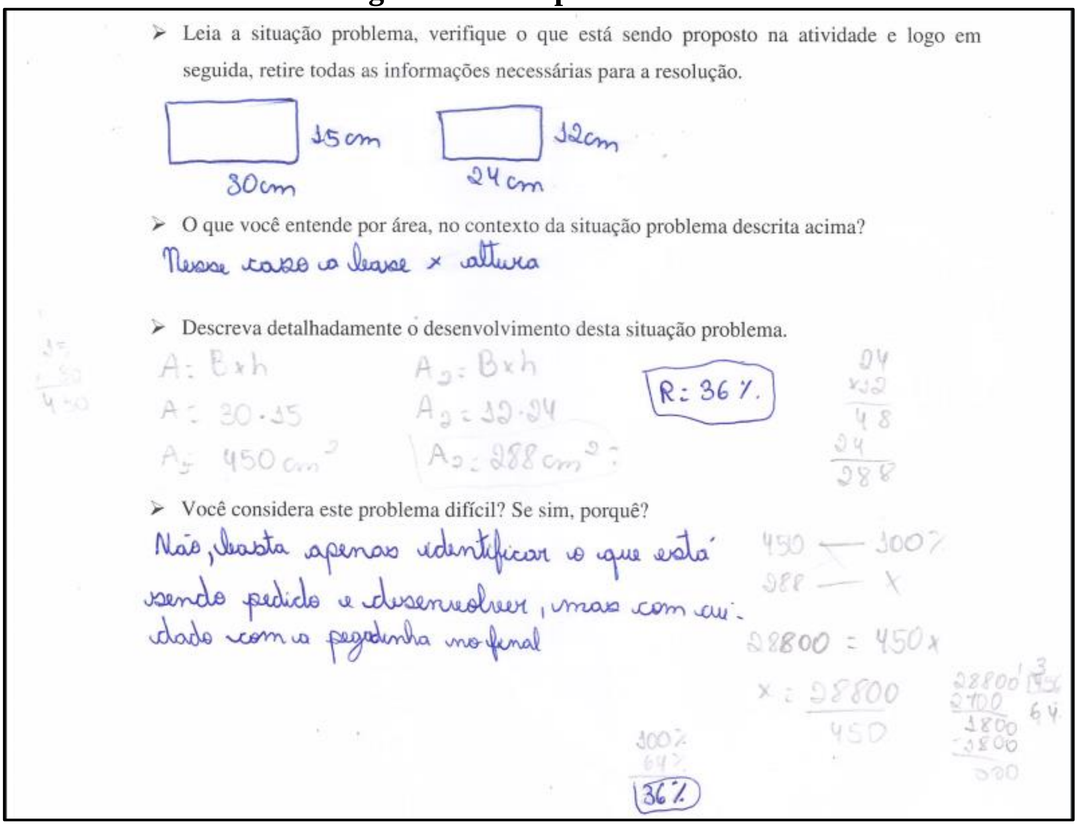
Fonte: Dados da pesquisa.

Pode-se perceber que na resposta apresentada acima este participante encontrou a resposta correta, apresentando 36% como sendo a redução que houve entre as áreas. Como recurso para tal, ele, inicialmente, fez os cálculos das áreas e, logo após, adotou o princípio da regra de três para definir a resposta final.

Em suas resoluções, percebe-se que o participante fez uma leitura clara da situação-problema e compreendeu a proposta, pois, ao ser solicitado que descrevesse detalhadamente a resolução, este, através da escrita, fez o passo a passo de como desenvolveu sua resposta. Neste momento, percebemos a relevância de se trabalhar com o roteiro das autoras Allevato e Onuchic (2009), principalmente nas primeiras etapas, quando são realizadas a leitura e a interpretação da situação-problema que são os pontos fundamentais para se iniciar a resolução, uma vez que sem compreender o que se pede em um problema, dificilmente o aluno conseguira resolvê-lo.

Na resposta a seguir, o colaborador encontra duas respostas 64% e 36% ambas como possibilidade correta. Vemos, aqui, que a compreensão, extração dos dados essenciais e análise da proposta são de suma importância, pois permitiram que este participante definisse qual resposta encontrada seria a esperada, como pode ser verificado a seguir:

Figura 15 – Resposta aluno F


➢ Leia a situação problema, verifique o que está sendo proposto na atividade e logo em seguida, retire todas as informações necessárias para a resolução.

15cm 30cm 12cm 24cm

➢ O que você entende por área, no contexto da situação problema descrita acima?

Nesse caso a base × altura

➢ Descreva detalhadamente o desenvolvimento desta situação problema.

A: B×h
A: 30·15
A: 450 cm²

A2: B×h
A2: 12·24
A2: 288 cm²

R: 36%

➢ Você considera este problema difícil? Se sim, porquê?

Não, basta apenas identificar o que está sendo pedido e desenvolver, mas com cuidado com a pegadinha no final

450 — 100%
288 — X
28800 = 450x
x = 28800 / 450

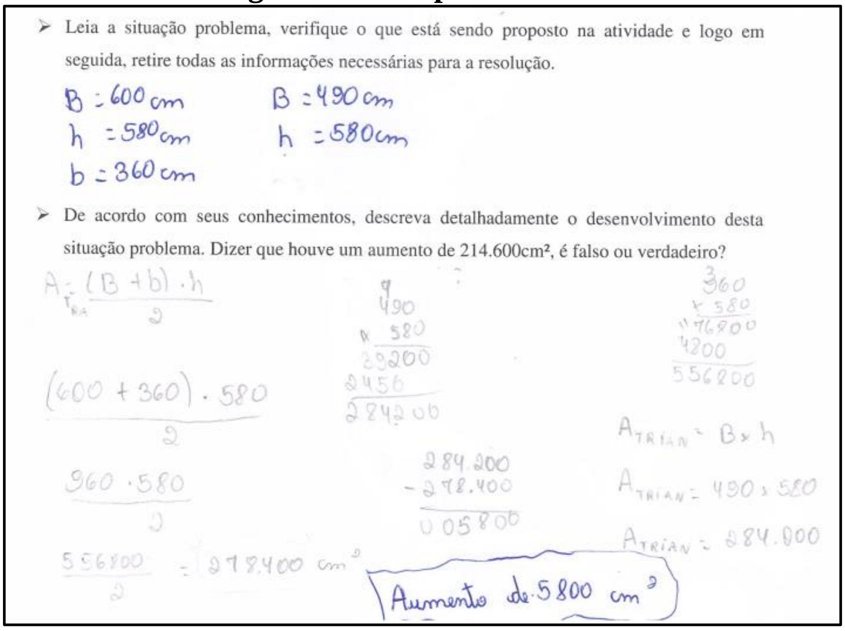
100%
64%
36%

Fonte: Dados da pesquisa.

Através da figura acima, ao apresentar a resposta esperada, percebe-se a importância das etapas apresentadas por Polya (2006), ao dizer que, ao resolver um problema, deve-se, primeiro, compreender o problema, destacar as informações relevantes para sua resolução, elaborar um plano de resolução, executar o plano e conferir resultados.

As respostas apresentadas nas figuras a seguir se referem ao problema 6. A proposta era que o aluno identificasse, a partir das dimensões do garrafão da quadra inicial, o quanto a área do garrafão da quadra 2 se alterou. Para tal, era necessário que o colaborador calculasse as áreas dos dois garrafões, sendo que estes tinham formato de trapézio e retângulo. Para tanto, conhecer as fórmulas de área eram fundamentais, pois, sem tais conhecimentos, dificilmente se chegaria à solução. Seguem as respostas:

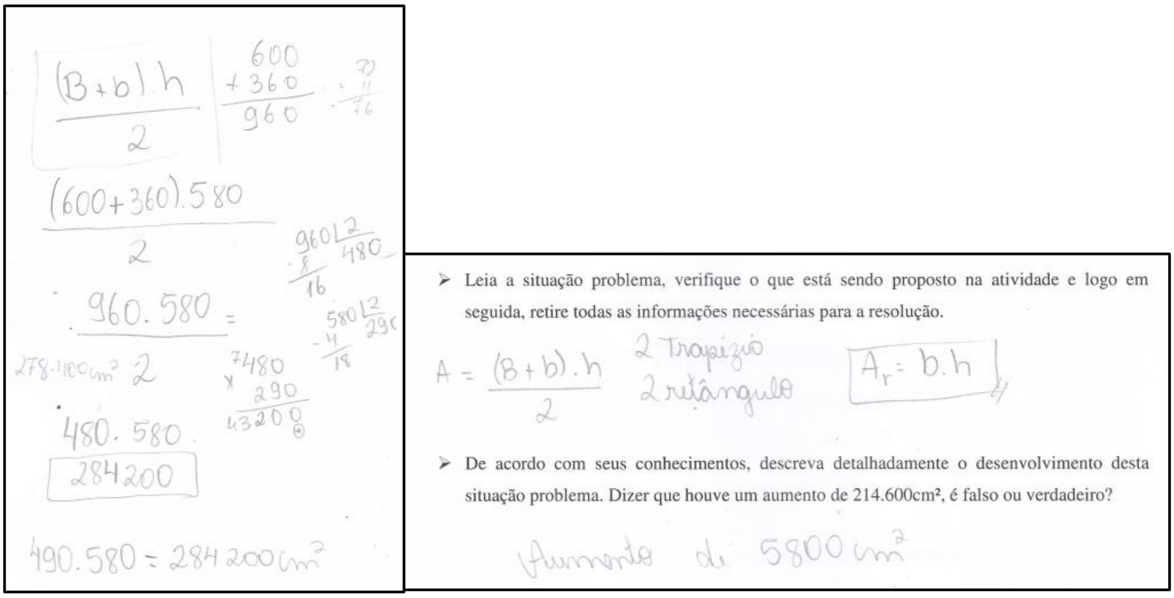
Figura 16 – Resposta aluno G



Fonte: Dados da pesquisa.

Já o aluno A deu a seguinte resposta à situação problema:

Figura 17 – Resposta aluno A



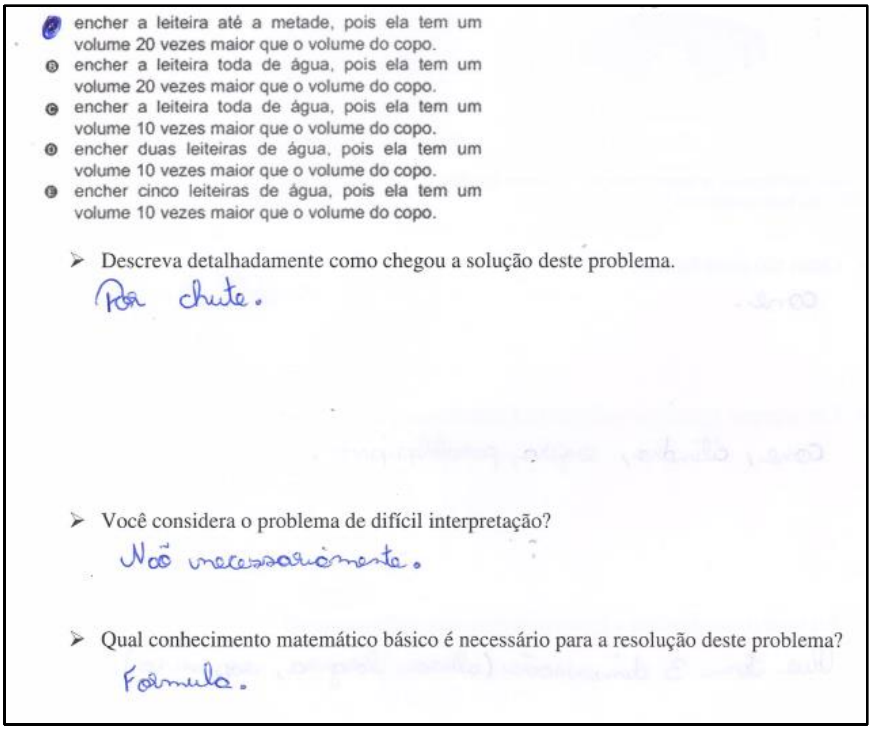
Fonte: Dados da pesquisa.

Como solução para esta situação-problema, o participante deveria apresentar um aumento de 5800 cm². Como pode ser observado nas figuras acima, os colaboradores em questão encontraram a resposta correta. Pode-se verificar, também, que em ambas as respostas, o uso das fórmulas de áreas foi comum, o que implica que estes tinham domínio sobre o conteúdo, e não necessitaram de outro recurso para se chegar à solução.

Neste caso, para auxiliá-los, seguimos o roteiro apresentando pelas autoras Allevato e Onuchic (2009), ao solicitar-lhes, como pode ser verificado acima, que após a leitura, eles retirassem do problema todas as informações relevantes, pois, dessa forma, os incentivaríamos quanto à organização das informações do problema, para, posteriormente, serem favorecidos nos cálculos, diminuindo a possibilidade de erro, além de visualmente ficar bem organizada a resposta.

A figura a seguir se refere à resposta apresentada por um participante sobre o problema 7. Neste caso em especial, era necessário ter maior atenção quanto à proposta da atividade, pois envolvia calculo de volume de um cilindro, além de que tal situação requeria que fosse encontrado o volume de líquido de uma jarra que enchesse exatamente 20 copinhos do mesmo líquido, porém pela metade.

Figura 18 – Resposta aluno B



- encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
- encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
- encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
- encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
- encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

➢ Descreva detalhadamente como chegou a solução deste problema.

Por chute.

➢ Você considera o problema de difícil interpretação?

Não necessariamente.

➢ Qual conhecimento matemático básico é necessário para a resolução deste problema?

Formula.

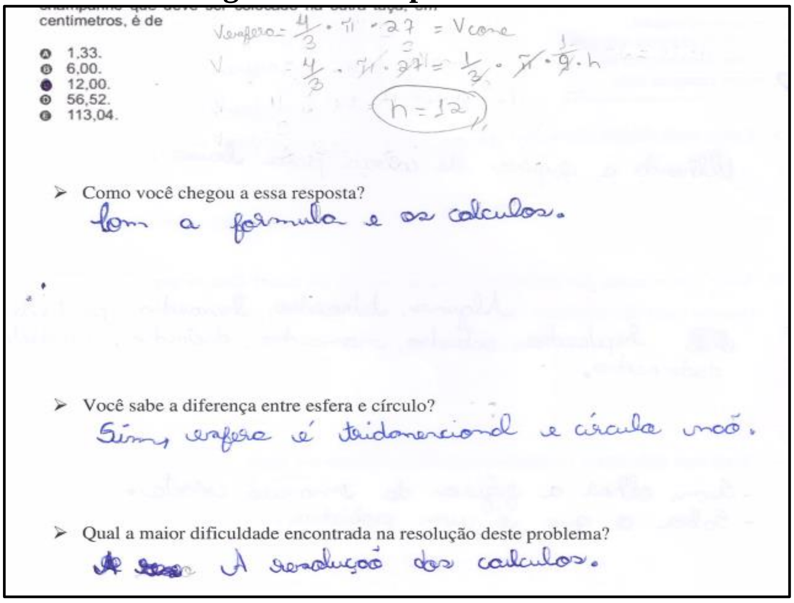
Fonte: Dados da pesquisa.

O segredo para tal, é perceber que ao calcular o volume do copinho deve-se considerar que estes serão cheios até a metade em relação ao sua capacidade total. Neste caso, a resposta correta seria "encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo".

O participante, neste caso, acertou a resposta porém, por "chute", o que permite a reflexão de que este colaborador teve dificuldades quanto à leitura e à interpretação dos dados. Isso permite inferir que houve dúvidas quanto à resolução, pois não se vê a escrita de nenhum cálculo ou fórmula no que fora apresentado. Além disso, ao ser questionado sobre qual conhecimento matemático era necessário para resolver tal problema, este afirma que a "fórmula" seria imprescindível. Porém, como ele não se lembrava dela, a resolução se tornou difícil, visto que não adotou outras estratégias pelo desconhecimento do que seria o volume de uma superfície, considerando que em outras situações os participantes resolveram-na corretamente.

O problema 8 tem como objetivo igualar a quantidade de líquido em dois recipientes de formatos diferentes. Nela, os participantes foram contemplados, neste caso, com a presença das fórmulas de volume tanto do objeto com formato esférico como em cone. Portanto, apenas seria necessário aplicar os dados descritos nas fórmulas e verificar a resposta, porém, há um detalhe que os confundiu na definição da resposta correta, pois deveriam perceber que o objeto em formato esférico é, na verdade, uma semiesfera, ou seja, metade do volume que seria encontrado ao aplicar a fórmula. Essa confusão pode ser notada na resolução a seguir:

Figura 19 – Resposta aluno C



centímetros, é de

- 1,33.
- 6,00.
- 12,00.
- 56,52.
- 113,04.

$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 27 = V_{cone}$

$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 27 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot h$

$h = 12$

➢ Como você chegou a essa resposta?

Com a formula e os calculos.

➢ Você sabe a diferença entre esfera e círculo?

Sim, esfera é tridimensional e circulo não.

➢ Qual a maior dificuldade encontrada na resolução deste problema?

A resolução dos calculos.

Fonte: Dados da pesquisa.

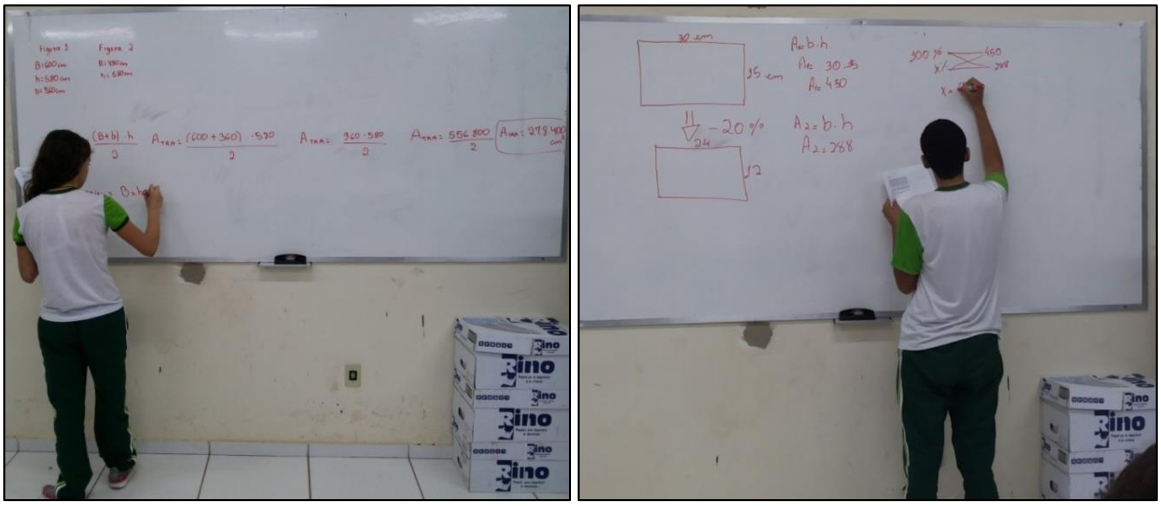
Praticamente todos os alunos não perceberam tal singularidade na fórmula do volume da esfera, talvez por falta de atenção quanto à interpretação dos dados e do que estava sendo proposto. Tal fator pode ser verificado na figura acima, onde o aluno utilizou a fórmula como um todo, gerando, no final, o valor da altura procurada igual a 12, sendo que a resposta correta seria 6.

Como já descrito em situações anteriores, a falta de atenção quanto ao que se pede no problema tem levado tais colaboradores ao erro da resposta, mesmo que estes tenham raciocinado e efetuado os calculos numéricos com exatidão.

3.3.3 Socialização

Resolvidas todas as situações-problemas propostas, seguimos a mesma estrutura apresentada anteriormente, sugerimos que alguns colaboradores fossem à lousa apresentar suas respostas, e diante das diversidades de resultados, iniciamos um momento de diálogo, buscando, passo a passo, verificar os possíveis acertos e erros em cada raciocínio descrito. Alguns destes momentos podem ser verificados na imagem a seguir:

Imagem 3 – Desenvolvimento das atividades



Fonte: Dados da pesquisa.

Estes momentos foram de grande relevância, pois, sem que interferíssemos, os próprios colaboradores encontravam os próprios erros cometidos, analisando os cálculos que haviam feito ao lançarem na lousa algumas respostas. Na imagem acima, do lado esquerdo tem-se a descrição de uma aluna frente ao problema 6 e do lado direito a descrição de um aluno sobre o problema 5. Em ambos os casos, os participantes as apresentaram corretamente.

3.3.4 Formalização de conceitos

Nesta seção é mostrado que a dinâmica da formalização de conceitos aconteceu de forma diferenciada, visto que, no decorrer do processo, foi realizada uma sequência de situações nas quais os alunos, ao lerem o problema, compreendiam o contexto geral, retiravam as informações pertinentes, mas estavam desatentos quanto à pergunta final que trazia um diferencial na análise desses dados, como, por exemplo, nos problemas 7 e 8.

Essa desatenção foi geral entre os colaboradores, sendo que todos apresentaram respostas incorretas para estas situações-problemas. Neste caso, estes alunos iam à lousa, descreviam suas respostas e explicavam as justificavas em torno dos dados, porém, percebíamos que as “palavras-chave” dos problemas não eram mencionadas em nenhum momento, o que nos levou a fazer novamente a leitura em conjunto do problema com eles.

Neste momento, dávamos ênfase no que realmente pedia a situação-problema e alguns já começavam a comentar como, por exemplo, no problema 7, “*era metade do copo*”, “*nossa, não percebi isso*”, e no problema 8, “*era metade de uma esfera*”, “*jamais pensei nisso*”, “*caí em mais uma pegadinha*”.

Assim, diante do acontecido, ressaltamos: a importância de ler toda a situação-problema, se necessário duas ou mais vezes, retirar toda informação relevante, assim como identificar o que se procura como resposta, para, só após a certeza que compreenderam o que foi pedido, iniciarem a descrição de suas respostas. Lorenzato (1995) enfatiza sobre a importância de se conhecer a Geometria, pois esta atua como fator facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano. Dessa forma, sem conhecer a Geometria, a leitura interpretativa do mundo, a comunicação das ideias e a visão da Matemática tornam-se incompletas.

A falta de atenção desses participantes quanto a análise dos dados pode ser justificada por estes afirmarem não estar acostumados com situações-problemas neste formato, fator que os distancia da realidade acerca do Enem ou da própria metodologia de Resolução de Problemas.

Durante as discussões acerca de tais problemas, mais especificamente nos que envolviam cálculos de volume, como, por exemplo, no problema 7, que envolvia o cilindro, para os alunos que não sabiam qual era a fórmula, fomos desenvolvendo comentários acerca dos conceitos de volume e, a partir disso, eles perceberam que era possível efetuar esses cálculos encontrando primeiramente a área da base, ou seja da circunferência. Feito isso, bastava multiplicar pela altura da figura.

Neste momento, a intermediação do professor em sala de aula, em uma atividade que envolve situação-problema é de suma importância, pois o aluno, antes de conhecer fórmulas, entenderá o porquê delas, e outros recursos que pode utilizar.

3.4 Resolver situação-problema que envolva noções geométricas (ângulos, paralelismo e perpendicularismo).

Nesta seção, o objetivo é verificar a capacidade de o participante encontrar uma solução matemática, a partir de uma figura geométrica ou conjunto de dados. É como se este precisasse descobrir um caminho ou valor a partir de um dado inicial ou comparativo de figuras. Para tal, o candidato deveria mostrar que sabe realizar as contas que envolvem a geometria e chegar ao resultado esperado, além de, através do raciocínio logico, descobrir a melhor forma de resolver determinada situação-problema.

3.4.1 Leitura

Neste tópico, traremos discussões a cerca do processo de leitura das situações-problemas que fazem parte dessa categoria. O problema 9 apresentado a seguir teve, como objetivo, verificar os conhecimentos dos participantes sobre dimensões de figuras geométricas, arestas, paralelelismo e cálculo de volumes, onde era preciso relacionar duas situações que foram propostas, a fim de descobrir a medida da aresta de um cubo. Eis o problema :

Figura 20 – Problema 9

Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.
Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a

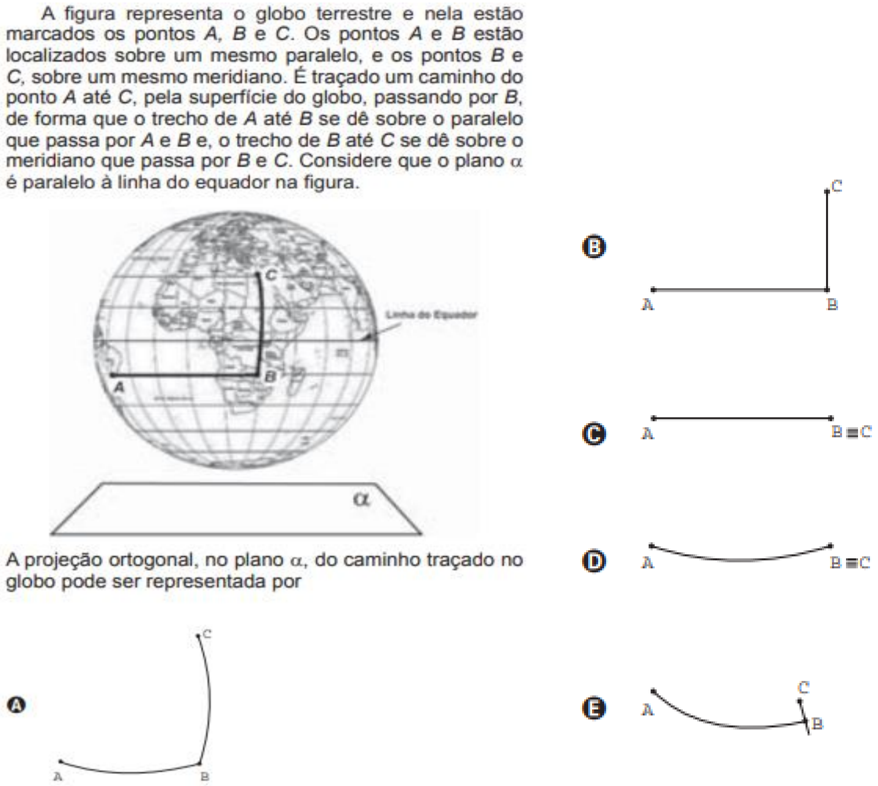
- Ⓐ 5 cm.
- Ⓑ 6 cm.
- Ⓒ 12 cm.
- Ⓓ 24 cm.
- Ⓔ 25 cm.

Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Tal situação-problema apresenta uma linguagem de fácil compreensão, sem muitas informações descessárias no decorrer do texto, permitindo que o aluno interpretasse a proposta e retirasse os dados corretamente, pra que, logo em seguida, resolvesse, aplicando seus conhecimentos prévios sobre o conceito de volume.

Os problemas 10 e 11, por sua vez, têm, como objetivo principal, encontrar a opção que represente a projeção ortogonal de acordo com figura descrita em cada situação-problema. A grande problemática dessas situações-problemas é que esses participantes demonstraram desconhecimento quanto ao significado de projeção ortogonal, o que os impossibilitou de apresentar uma resposta com certeza e convicção. Seguem a situação-problema 10:

Figura 21 – Problema 10

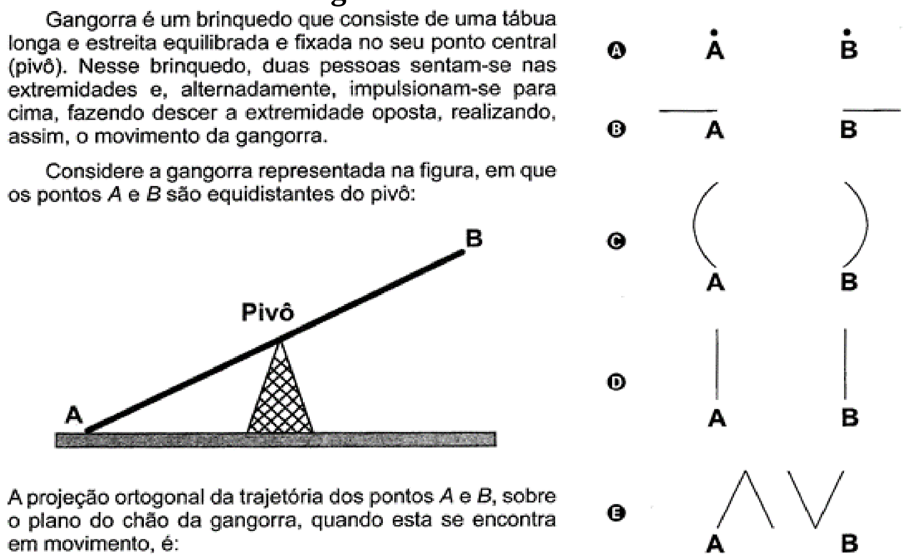

A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos *A*, *B* e *C*. Os pontos *A* e *B* estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos *B* e *C*, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto *A* até *C*, pela superfície do globo, passando por *B*, de forma que o trecho de *A* até *B* se dê sobre o paralelo que passa por *A* e *B* e, o trecho de *B* até *C* se dê sobre o meridiano que passa por *B* e *C*. Considere que o plano α é paralelo à linha do equador na figura.

A projeção ortogonal, no plano α, do caminho traçado no globo pode ser representada por

Fonte: Inep, 2016 – adaptada.

Na situação-problema acima, pede-se a opção que represente a projeção ortogonal dos pontos traçados no globo terrestre em relação ao plano localizado abaixo da figura. Já no problema 11 apresentado abaixo, também é solicitado que se encontre qual seria a projeção ortogonal da gangorra em relação ao plano do chão. Em ambos os casos, não ter conhecimentos sobre projeção ortogonal é o fator limitador para a resolução.

Figura 22 – Problema 11


Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos *A* e *B* são equidistantes do pivô:

A projeção ortogonal da trajetória dos pontos *A* e *B*, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

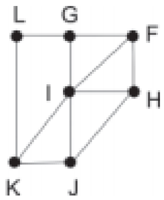
Vale ressaltar que tais atividades foram aplicadas em oficinas diferentes. O problema 10 foi aplicado na oficina 3 e o problema 11, na oficina 5. Repetimos situações-problemas com os mesmos conceitos, porque na oficina 3 foi apresentada uma resposta por chute, porque afirmaram o desconhecimento sobre tal tema. Assim, pretendíamos verificar uma postura diferente a partir de uma nova situação que envolvesse o mesmo objetivo.

Dando continuidade às situações-problemas dessa seção, apresentamos o problema 12 que está relacionado aos conceitos da geometria analítica e tem, como objetivo, colocar em prática o raciocínio lógico do aluno, uma vez que, nesta modalidade da geometria, pouco se utiliza cálculos nas respostas, e sim o raciocínio lógico do aluno:

Figura 23 – Problema 12

Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas.

Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.



Iniciando a revisão pelo ponto K e terminando em F, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos

Fonte: Inep, 2011 – adaptada.

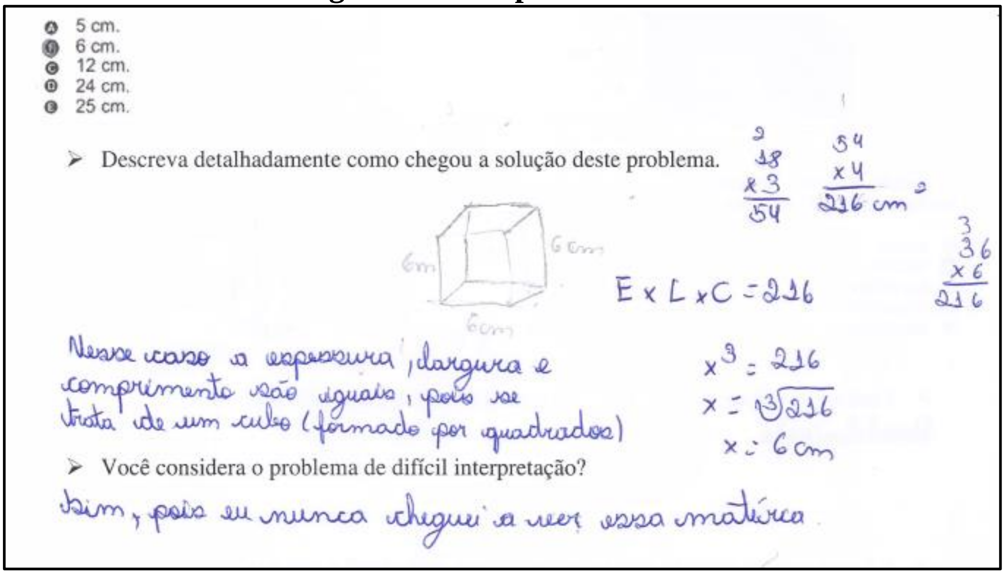
Nesta situação-problema, o participante deverá encontrar o melhor caminho para que um técnico em refrigeração possa atender a todos os pontos de saída de ar para o qual foi solicitado, de forma que inicie o trajeto pelo ponto *k* e finalize em *f*.

Percebemos que, durante a leitura individual e em conjunto, nesta parte da oficina, os colaboradores já iam separando as informações relevantes, já habituados a esse método, por terem resolvido situações-problemas anteriores. Portanto, os alunos encontraram, no roteiro das autoras Allevato e Onuchic (2009), uma forma de auxiliá-los no processo de resolução, como percebemos no decorrer das dinâmicas.

3.4.2 Resolução

A figura a seguir traz a resolução de um colaborador sobre o problema 9. A resposta que deveria encontrar seria 6cm como sendo a medida da aresta. Portanto, ele encontrou a resposta certa. Se analisarmos como este desenvolveu sua resposta, percebe-se a organização e clareza quanto à explicação de seu raciocínio, uma vez que este assimila corretamente a relação entre os volumes, enriquecendo sua resposta com as características do cubo.

Figura 24 – Resposta aluno D

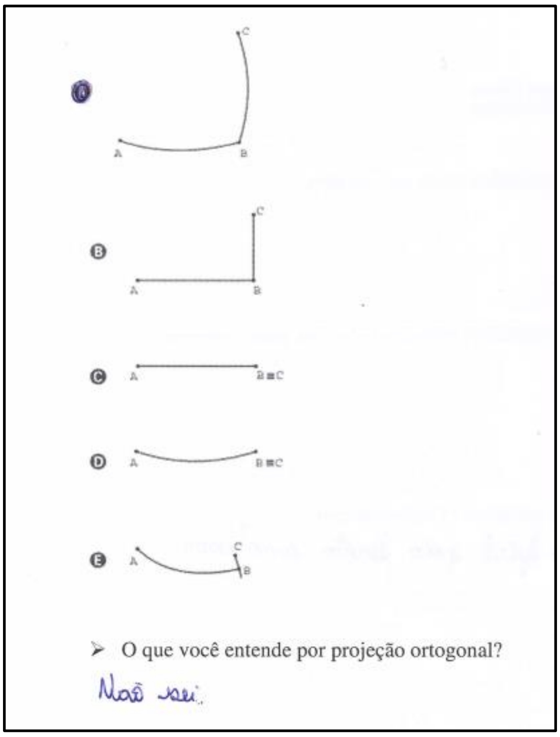


Fonte: Dados da pesquisa.

Intriga-nos o fato de que o colaborador fez uma descrição clara da proposta, porém, logo abaixo, ao ser questionado se considerava o problema de difícil interpretação, este descreveu que nunca tinha visto esta matéria, o que nos leva a supor que, talvez, este esteja relacionando tal dificuldade com a metodologia presente.

Nas figuras apresentadas a seguir, tem-se que, a de numero 25 refere-se à resolução por um aluno do problema 10 e as de números 26 e 27 referem-se ao problema 11. Já descritos acima, os dois problemas têm caracteríticas similares por trazerem conceitos de projeção ortogonal. Tais resoluções podem ser verificadas a seguir:

Figura 25 – Resposta aluno E

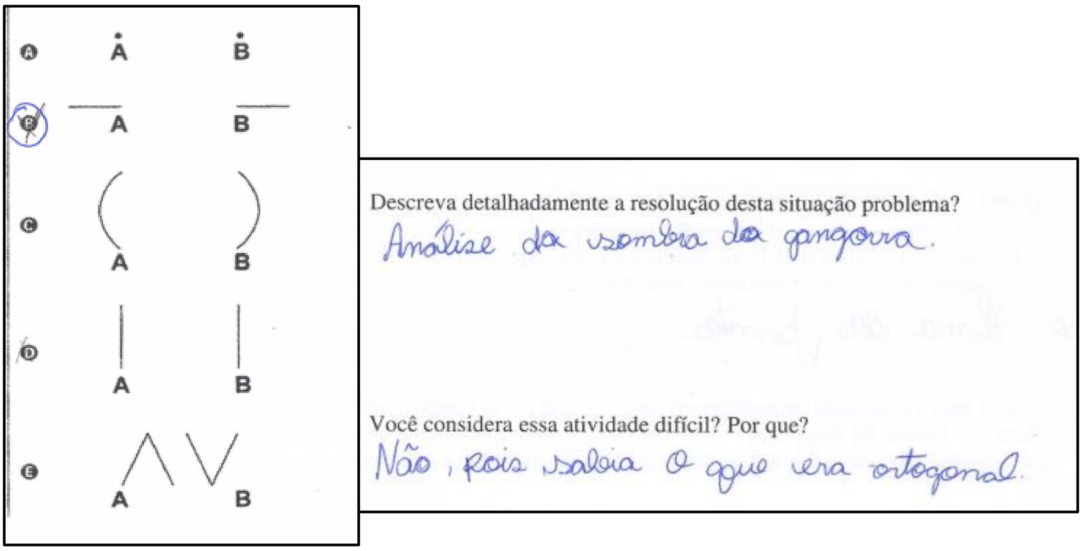


Fonte: Dados da pesquisa.

Pode-se perceber que na figura 25 o participante não apresentou nenhuma resposta, porque, afirmou "não saber" ao ser questionado sobre o que entendia de projeção ortogonal. Tal situação problema, em relação à proposta do Enem, seria de fácil resolução, porém, o desconhecimento sobre o tema foi o impedimento para esses participantes.

Conforme já exposto, na intenção de verificar se os colaboradores traziam uma postura diferente numa nova situação-problema, aplicamos outra situação-problema com as mesmas competências, que, no caso, foi o problema 11. De acordo com as respostas apresentadas a seguir, tem-se uma nova atitude dos colaboradores em relação ao tema, pois percebe-se que estes entenderam a definição de projeção ortogonal, já que apreentaram respostas corretas, como pode ser verificado a seguir:

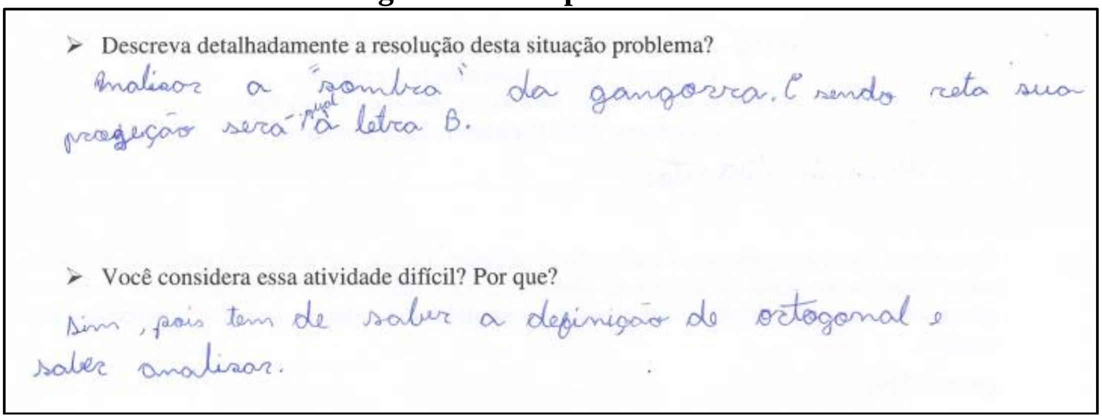
Figura 26 – Resposta aluno F



Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda em relação às respostas dadas à situação-problema 11, eis a resposta do aluno G à questão:

Figura 27 – Resposta aluno G



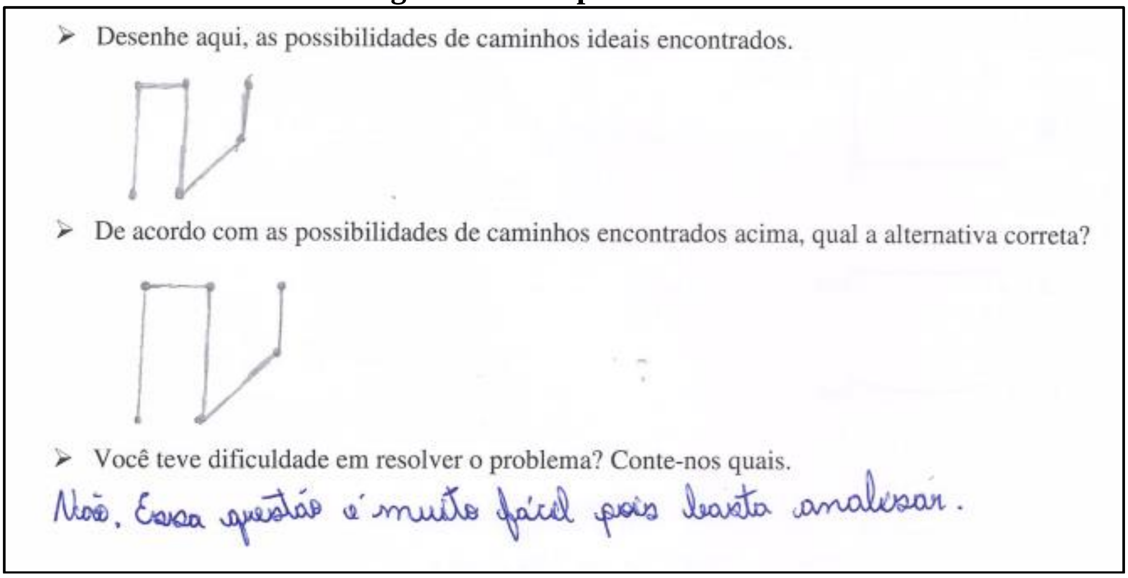
Fonte: Dados da pesquisa.

Como podemos observar nas respostas acima, a fim de verificar a relevância de se ter conhecimento sobre determinado conceito, ao serem questionados sobre a dificuldade encontrada na situação-problema 11, os referidos alunos afirmaram que não era dificil, porque sabiam o que era projeção ortogonal, diferentemente do que apresentaram na situação-problema 10, anterior a esta.

Freire (1996, p.31) traz, em suas reflexões, a importância do papel do professor como mediador de conhecimento, uma vez que este precisa sempre, a cada dia, renovar sua forma pedagógica, para, da melhor maneira, atender a seus alunos, e ainda acrescenta que é por meio do comprometimento e da "paixão" pela profissão e pela educação que o educador pode assumir o seu papel e realmente aprender a ensinar. Dessa forma, este constrói todo o conhecimento deveras importante em seus alunos e, consequentemente, os motivará a buscar novos conhecimentos pelos recursos que estiverem ao seu alcance.

Na resposta apresentada a seguir, percebe-se que o colaborador compreendeu a proposta do problema 12, uma vez que respondeu com riqueza de detalhes, ao percorrer todos os pontos que o técnico deveria passar para atender todos os locais. Além disso, descreve que o problema é muito fácil, pois basta analisar.

Figura 28 – Resposta aluno A


➢ Desenhe aqui, as possibilidades de caminhos ideais encontrados.

➢ De acordo com as possibilidades de caminhos encontrados acima, qual a alternativa correta?

➢ Você teve dificuldade em resolver o problema? Conte-nos quais.

Não. Essa questão é muito fácil pois basta analisar.

Fonte: Dados da pesquisa.

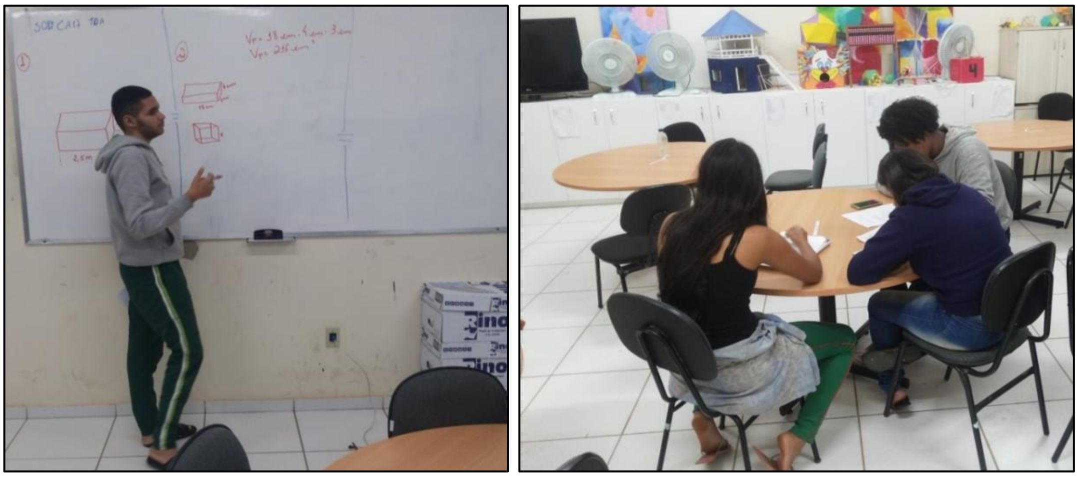
Verifica-se, através da fala do participante, a importância de uma leitura e análise dos dados bem feita, pois esse é o ponto-chave para o desenvolvimento correto da situação-problema, como trazem as autoras Allevato e Onuchic (2009) com o roteiro de como se desenvolver uma situação-problema e Polya (2006) sobre a estrutura do problema que deve desafiar e instigar o aluno a resolvê-lo, não podendo nos esquecer de que os conhecimentos geométricos são essenciais à vida cotidiana dos alunos.

3.4.3 Socialização

Nesse ínterim, com as situações-problemas apresentadas, os alunos foram à lousa em quase todas as discussões. Apenas no problema 10, em que nenhum deles tinha conhecimento sobre projeção ortogonal, é que foi necessário que os pesquisadores tomassem frente para lançar discussões sobre tais conceitos.

Os colaboradores, durante as transcrições de suas respostas na lousa, demonstraram-se confiantes e seguros, pois tinham certeza de que compreenderam, com clareza, a propostas das situações-problemas. A seguir, pode-se verificar alguns desses momentos através (IMAGEM 4):

Imagem 4 – Desenvolvimento das atividades



Fonte: Dados da pesquisa.

Durante as discussões, os alunos consideraram tais situações-problemas mais fáceis porque não requeriam cálculos ou aplicação de fórmulas. Era apenas compreender e raciocinar sobre como seria a resposta a partir dos dados apresentados.

Neste contexto, tal facilidade só é possível, pois, como afirma Albuquerque (2007, p.43), “um problema matemático requer situações de leitura, interpretação, compreensão e construção dos esquemas mentais, através de uma sequência de ações/operações para obter o resultado”. A construção textual neste processo exerce um fator preponderante no resultado final, ou seja, tais processos, uma vez realizados com eficácia, são primordiais durante a resolução de um problema, contribuindo para uma resposta esperada por tais alunos.

3.4.4 Formalização de conceitos

Nesta etapa da pesquisa, o processo de formalização de conceitos teve atenção voltada na situação-problema 10, em que os colaboradores não a resolveram pelo desconhecimento quanto aos conceitos de projeção ortogonal. Por isso, trabalhamos as definições e características desta parte da geometria e respondemos a todas as dúvidas que surgiam neste processo.

Sanadas as dúvidas, sugerimos aos colaboradores que avaliassem novamente essa situação-problema, e tentassem respondê-la sem precisar reescrever a resposta, apenas para efeito de avaliar se os conceitos foram realmente construídos.

Embora alguns conhecimentos não façam parte das tarefas do dia a dia, um aluno do Ensino Médio, que consequentemente passará por avaliações de vestibular, Enem, e outras, estes têm o direito de receber o máximo de conhecimentos possíveis da instituição de ensino a qual faz parte, e também serem motivados a utilizar os recursos que possuem para adquirir cada vez mais conhecimento.

Reconhecemos, nessa pesquisa, a importância do Enem como ponte de acesso ao Ensino Superior público, porém, a aula de Matemática precisa ir além de “preparatório”. Inclusive, pode-se valer das questões do Enem para o fomento à resolução de problemas. Ou seja, é possível preparar para o Enem sem, contudo, deixar de construir conhecimentos e conceitos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa, em acordo com o aporte teórico estudado, buscou apresentar a metodologia da Resolução de Problemas como perspectiva para o ensino da geometria. Para tal, elaborou-se a seguinte questão norteadora: como a resolução de problemas pode contribuir para que alunos leiam, escrevam e resolvam problemas geométricos?

Visando trilhar caminhos para possíveis respostas à questão norteadora, foram elaboradas propostas de oficinas baseadas em questões do Enem, que trazem situações contextualizadas, algumas adaptadas e realizadas com alunos do Ensino Médio do IFMG - São João Evangelista. A proposta constava de atividades visando a aprendizagem dos alunos nas três modalidades da geometria: a plana, espacial e analítica.

A elaboração dessas oficinas foi um processo que consistiu em análise de todas as provas do Enem aplicadas entre os anos 2010 a 2017, sendo selecionadas as que se referiam aos conteúdos geométricos, separadas em suas modalidades plana, analítica e espacial. Logo após, escolhemos aquelas que apresentavam maior contexto tanto geométrico como de inserção no cotidiano do aluno. De acordo com que participante fosse resolvendo, os conceitos aprendidos na primeira situação-problema, lhe oferecia subsídios para a resolução da próxima. Foram escolhidas quatro situações-problemas para cada oficina, com exceção da última, quando foram resolvidas somente duas. No total foram seis encontros.

Como recurso para aplicação dessas oficinas, nos baseamos em um roteiro com o objetivo de auxiliar o aluno no processo de resolução de uma situação-problema, apresentado pelas autoras Allevato e Onuchic (2009). Vale ressaltar que também o adotamos, em nossas categorias de análise, contemplando o processo de leitura, resolução, socialização e formalização de conceitos presentes em cada oficina.

Os resultados apontaram que, de fato, a resolução de problemas pode ajudar o aluno na construção do seu próprio conhecimento, levando-o a pensar. Através de registros feitos, é possível perceber que a proposta contribuiu efetivamente na construção de conceitos que ainda não haviam sido abordados e também na fixação de outros que, por algum motivo, não haviam aprendido.

Farrel (1994), estudado em nosso referencial teórico, faz uma relação entre a geometria e a resolução de problemas, pois a compreensão da geometria se aprofunda à medida que os alunos se interagem em análises, discussões ou, até mesmo, na criação de estratégias de resolução. Ele aponta que o medo do conteúdo pode ser um dos motivos de impedimento da resolução do problemas por parte dos alunos, e através disso é possível compreender o porquê de os colaboradores não conseguirem chegar à sua solução. Então, através dessa relação é possível que a geometria possa ser ensinada no âmbito da resolução de problemas, e a maneira como esta é trabalhada está diretamente relacionada com a formação do professor mediador.

No decorrer das atividades, percebeu-se que os colaboradores se sentiam motivados, pois, mesmo com algumas conversas paralelas, logo voltavam ao assunto principal abordado nas oficinas. Um ponto importante a ser ressaltado foi o envolvimento de todos os colaboradores, pois o interesse em aprender era desejo comum entre eles.

No trabalho coletivo, cada colaborador expunha suas ideias para o grupo, na busca da melhor estratégia, para que pudesse levar à construção da solução do problema. Nesse ponto, houve a necessidade de que cada um expressasse o seu pensamento e compreendesse o pensamento dos companheiros, para, a partir daí, discutir as dúvidas e persistir nas ações.

No momento das plenárias, percebeu-se o interesse dos colaboradores em esclarecer dúvidas dos conteúdos abordados, apesar de estarem um pouco envergonhados, expunham as suas próprias conjecturas e também aproveitaram para tirar dúvidas de conteúdos que não haviam sido abordados nas oficinas.

No decorrer de toda a pesquisa, observou-se que houve uma consolidação de hábitos e atitudes de confiança, flexibilidade de pensamento, perseverança e cooperação. Já na aprendizagem matemática, esta foi ocorrendo gradualmente de uma oficina para a outra. Os colaboradores reconheceram que a solução de um problema pode se tornar um ponto de partida para a solução de outro, uma vez que aprender significa estabelecer relações. Diante disso, temos que a resolução de problemas contribui efetivamente para a aprendizagem de atitudes, competências e habilidades necessárias no âmbito da geometria, permitindo que os colaboradores usem o que aprenderam em variados contextos.

Em relação aos PCN (1997, p. 39), destaca-se a importância dada à pratica da geometria na Matemática por que abre caminhos para as outras áreas do conhecimento, e nessa metodologia o aluno é capaz de desenvolver um pensamento que permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Então, esse trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, servindo de estímulo para outras observações, o que permite essa conexão interdisciplinar e contextualizada da Matemática.

Ainda é possível afirmar que os colaboradores da pesquisa aumentaram a capacidade de comunicação oral, interpretação e escrita. Esses fatos ficaram evidentes quando da elaboração de registros e também das discussões coletivas, acerca das situações-problemas.

De fato, isso era algo que esperávamos como pesquisadores, já que o nosso objetivo não era apenas que o aluno conseguisse resolver os problemas propostos, mas que este também fosse capaz de ler, compreender e também escrever problemas.

Apesar de não aparecer em registros dos colaboradores problemas escritos por eles, essa atividade foi feita oralmente. O aluno poderia reformular a situação-problema proposta, de forma que, para ele, facilitasse o seu entendimento. Em alguns momentos, essa atitude facilitou em grande parte, na compreensão das situações apresentadas nas quais tiveram dúvidas. Dessa forma, depois que esses colaboradores identificavam o problema, as discussões em grupo eram fundamentais para a busca da solução. As análises feitas exigiam que estes interpretassem bem o problema para a busca de estratégias de resolução.

Como já relatado, estes colaboradores escolheram participar das oficinas de geometria por sentirem uma maior dificuldade no seu entendimento e, após, com o uso da metodologia da resolução de problemas foi possível perceber que estes melhoraram o pensamento sobre o trabalho geométrico, recuperaram a confiança neles mesmos, sentindo capazes de enfrentar qualquer situação-problema relacionada à geometria. Não foi possível saber se estes colaboradores melhoraram seus desempenhos no dia a dia da sala de aula nos cursos nos quais estão matriculados, pois não foi possível acompanhá-los na trajetória escolar após as oficinas.

A metodologia resolução de problemas promove uma mudança na postura do professor, que uma vez chamado de “dono do saber”, nessa perspectiva, torna-se mediador do conhecimento ou, como diz Onuchic (2008), nessa proposta o professor passa a ser observador, na busca de perceber todos os acontecimentos; organizador, já que propõe problemas e condições para a resolução; consultor, já que ele fornece as informações necessárias que os alunos não têm condições de obterem sozinhos; mediador, controlador e incentivador de aprendizagem.

Em síntese, os resultados da pesquisa possibilitaram dar a resposta à questão de investigação, pois a metodologia da resolução de problemas envolve os pesquisados na busca do seu próprio conhecimento, fazendo com que estes pensem e desenvolvam habilidades, tanto no contexto de identificação do problema e a busca de estratégias de solução, como no contexto das habilidades adquiridas no ensino de geometria analisadas no capítulo anterior.

Outro fato importante a se destacar é que com relação ao entendimento da resolução de problemas como metodologia de ensino, Onuchic e Alevatto (2009) colocam que é necessário entender que ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema e esperar que o aluno consiga fazê-lo. Pelo contrário, existe um rigor metodológico, no qual o professor, além de mediador entre o conhecimento e o aluno, deve criar e manter um ambiente matemático de forma motivadora e estimuladora.

Dessa forma, a resolução de problemas permitiu aos colaboradores dar sentido ao conteúdo de geometria, mostrando a sua importância, tanto na vida acadêmica como em sociedade, e, principalmente, desfazendo a ideia de que para aprender é necessário apenas de fórmulas e definições.

Ao finalizarmos, fazemos uma observação sobre o uso de situações-problemas de provas do Enem. Através deste trabalho foi possível mostrar também que essas questões não precisam ser usadas apenas em cursinhos preparatórios para a avaliação, mas tem se mostrado como um banco de questões que podem ser utilizadas como situações-problemas nas abordagens de vários conteúdos, não apenas geometria.

Portanto, acreditamos que essa pesquisa possa colaborar na formação do professor e até mesmo daqueles que já lecionam, pois ao lerem essa pesquisa poderão refletir sobre as variadas metodologias e adotar essa proposta ao se trabalhar geometria, e, com sua prática, buscar um trabalho diferenciado.

Esta pesquisa proporcionou uma experiência ímpar enquanto pesquisadores. No âmbito da resolução de problemas, percebeu-se que tal metodologia muito tem a contribuir no processo de ensino-aprendizagem de um aluno, não somente em Geometria, mas em outros contextos da Matemática, como, por exemplo, na Álgebra, Estatística e outros.

Para finalizar, vale destacar, nesse sentido, que essa pesquisa não possui um fim em si mesma, mas, ao contrário, abre novos caminhos e novas possibilidades de trabalho para ampliação do conhecimento. Entre as pesquisas futuras possibilitadas, entendemos que seria interessante pesquisar a sua contribuição no ensino para outros contextos da Matemática, utilizando o banco de questões do Enem. Deixamos essa sugestão aos pesquisadores que desejam aprofundar na área da resolução de problemas no contexto pesquisado, lembrando que toda pesquisa tem características e resultados próprios, que mesmo já existindo algo do tipo, uma nova sempre terá conhecimentos a acrescentar.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Rosangela N. de. **Alguns fatores linguísticos que interferem na interrelação dos problemas matemáticos no ensino fundamental I.** orientadora Virgínia Colares Figueiredo Alves, 2007. 89f. Dissertação (Mestrado) – Universidade católica de Pernambuco . Pró-reitoria Acadêmica, 2007.

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador a resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.** Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Unesp, Rio Claro,2005.

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, n.55, 2009.

BECKER, H. Problemas de Inferência e Prova na Observação Participante. In: BECKER, H. **Métodos de Pesquisa em Ciências Sociais**. 2.ed. São Paulo: Hucitec, 1994, p. 47-64.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S.K. **Qualitative Research for Education**. Boston, Allyn and Bacon, Inc. 1982.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. BRASILIA/DF:MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. BRASIL. Senado Federal. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: nº 5692/71. Brasília, 1971.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemáticas. MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, DF: MEC/SEF, 1999.

BRITO, F. R. M. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas 13 matemáticos. In: BRITO, F. R. M. **Solução de problemas matemáticos e matemática escolar.** Campinas: Alínea, 2006.

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. et al. (Org.). **A pesquisa qualitativa:** enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes. 2008.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**, Brasília, DF: ano II, n. 2, p. 15-19, 1989.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DANTE, Luiz R. **Didática da resolução de problemas de matemática**: 1ª a 5ª series. 12. ed. São Paulo: Ática, 2002.

FARRELL, M. A. Geometria para professores da escola secundária. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994, p. 290-307.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (Coleção Leitura).

FREIRE, Paulo, **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 14. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2000.

FREIRE, Paulo. A alfabetização de adultos: crítica de sua visão ingênua; compreensão de sua visão crítica. In: FREIRE, P. **Ação Cultural para a Liberdade e outros escritos**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2003.

GARCIA, C. M., Pesquisa sobre a formação de professores: conhecimento sobre aprender a ensinar. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, nº 9, 1998, p. 51 –75.

GAZIRE, Eliane Scheid. **O não resgate das geometrias**. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. p. 217, 2000.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. In: **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo: v.35, n.2, p. 57-63, abril 1995.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria? Educação Matemática em Revista**. v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

LUDKE. M.; ANDRÈ. M. E. D. **A Pesquisa em educação**: abordagens qualitativa. São Paulo: EPU. 1986, p.11-13.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação**. Currículo Básico Comum** (CBC). 2014. Disponível em: < https://docplayer.com.br/3017631-Secretaria-de-estado-de-educacao-de-minas-gerais-matematica-ensinos-fundamental-e-medio-proposta-curricular.html >. Acesso em: 20 de nov. de 2018.

NACARATO, A. M. O Ensino de Geometria Nas Series Iniciais. IN: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo Horizonte. **Anais…** Belo Horizonte – MG, 2007.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Princípios e normas para a matemática escolar** (M. Melo, Trad.). Lisboa: APM, 2007.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP,1999.

ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. IN: I SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP, 2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 10 de outubro de 2018.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Revista Bolema,** Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, dez. 2011, p. 73-98.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos:** dificuldades e perspectivas. 2000. 245p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas.** Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

POZO, J.I.; ECHEVERRÍA, M.D. P. P. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria de Educação, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo:** Matemática (Ensino Fundamental - ciclo II e Ensino Médio):1º grau. São Paulo, SEE/CENP, 2008.

SILVA, Edna Lúcia da; Menezes, Estera Muszkat. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. 3. ed. rev. atual. – Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. 121p.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOUSA, A. B. **A Resolução de Problemas como estratégia didática para o ensino de matemática.** Trabalho de conclusão de curso, Universidade Católica de Brasília, 2005.

STANYC, G.M.A, KILTRICK, J. **Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum.** CHARLES, R. I., SILVER, E. A. (Ed.) The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Salving. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 1990. P.1-22.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez,1985.

VASCONCELOS. C. S. **Planejamento: projeto de ensino- aprendizagem e projeto político pedagógico** - elementos metodológicos para a elaboração e realização. 10 ed. São Paulo: Libertad, 2002.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Prezado (a) Senhor (a),

Este termo possui objetivo de obter a sua autorização para que o seu/sua filho/filha participe de um projeto de ensino que consiste na resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM no IFMG/SJE. O projeto está sendo desenvolvido pelo Prof. Dr. José Fernandes da Silva em parceria com os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. Tal projeto tem por objetivo desenvolver as competências e habilidades necessárias para o enfrentamento de situações-problemas em Matemática.

Informamos, também, que coletaremos informações do trabalho realizado no sentido de investigar como os alunos enfrentam e resolvem as questões de matemática do ENEM. Para tal, pedimos sua autorização para a realização de entrevistas, fotos e coleta de produções escritas (resoluções e cálculos realizados pelo seu/sua filho/filha).

Esclarecemos que a participação no citado projeto é voluntária.

Utilizaremos as dependências do IFMG/SJE para realizar as oficinas.

____

Professor Doutor José Fernandes da Silva

Contato: IFMG/SJE – Prédio III 3412-2921

Considerando que fui informado(a) dos objetivos e da relevância do estudo proposto, de como será participação, dos procedimentos, declaro o meu consentimento em autorizar o meu/minha filho/filha participar das oficinas de Matemática, como também concordo que os dados obtidos na investigação sejam utilizados para fins científicos (divulgação em eventos e publicações acadêmicas).

_________________________, _____ de ___________________ de 2018

(Cidade)

____

Assinatura do participante ou responsável legal

APÊNDICE B – PLANO DE AULA/OFICINA

PLANO DE AULA/OFICINA 1
Professor: Ada Cristina; Inês Xavier; Ronaldo Martins.
Disciplina: Matemática.
Nível/Série: Ensino Médio.
Tempo estimado: 2 horas/aula
TEMA: Discussão e resolução de situações-problemas do Enem sobre geometria plana.
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar os alunos do Ensino Médio do IFMG-SJE, a partir de situações-problemas do Enem, sobre as principais propriedades e aplicações de conhecimentos geométricos que compõem os conteúdos de geometria plana. **ESPECÍFICOS:** • Interpretar e resolver problemas que envolvam conceitos de geometria plana; • Reconhecer simetrias de figuras planas; • Distinguir ângulos internos, alternos, complementares, suplementares e suas respectivas características; • Identificar as relações existentes no triângulo retângulo; • Analisar e compreender as relações trigonométricas; • Saber aplicar conhecimentos de ponto médio, raio e diâmetro de uma circunferência em situações-problemas; • Compreender os conceitos de área e comprimento de uma circunferência; • Assimilar polígonos inscritos e circunscritos.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
Espera-se que os alunos, ao final da oficina, sejam capazes de: • Identificar características de figuras planas ou espaciais; • Resolver situações-problemas que envolvam conhecimentos geométricos; • Utilizar conhecimentos geométricos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
A Geometria surgiu da necessidade de os povos antigos construírem casas, navios e medições de terras, dentre outras e ao longo dos anos, foi-se construído um viés nessa modalidade, pela dificuldade encontrada por muitos de se compreender suas fórmulas e aplicações, pois, em alguns casos, requer um nível avançado de conhecimentos para sua compreensão. Deve-se destacar, em contrapartida, a importância de tal conteúdo no processo de ensino e aprendizagem do aluno, pois esta é um componente curricular do ensino da Matemática que permite ao aluno desenvolver suas potencialidades através de elementos que estão relacionados a outras áreas do saber matemático, além de envolver a manipulação de figuras como observado na geometria espacial, e por várias situações, estar relacionada com o cotidiano. De acordo com os PCN (1998), o ensino da geometria desenvolve um modelo especial de pensamento que permite ao aluno compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Sendo assim, o ensino da geometria permite ao aluno, através de uma situação-problema, desenvolver suas capacidades por oferecer possibilidades de resolução. Além disso, permite ao professor fazer uso de conceitos elementares para construir outros objetos mais complexos, como: pontos especiais, retas especiais, planos dos mais variados tipos, ângulos, médias, centros de gravidade de objetos etc. Diante dessa especificidade do ensino da geometria, através das questões do Enem, têm-se a possibilidade de trabalhar com os alunos, além das principais competências exigidas na formação docente, uma modalidade de ensino que permite ao aluno potencializar sua capacidade de raciocino, interpretação e resolução de atividades, que é a resolução de problemas. De acordo com Onuchic e Zuffi (2007), um problema deve ser caracterizado não como um caso isolado na Matemática, mas como uma metodologia que possibilite alcançar a natureza interna da Matemática, assim como seu uso e aplicações. Segundo Dante (1998), um dos objetivos da resolução de problemas é desenvolver o raciocínio logico do aluno, fazê-lo pensar intuitivamente, ajudá-lo a ser capaz de enfrentar situações adversas, entre outras. Dessa forma, pretende-se trabalhar uma metodologia inovadora com características

importantíssimas, juntamente com a prova do Enem, com toda a sua magnitude em critérios de avaliação.

METODOLOGIA DE ENSINO

Para esta oficina, a princípio, apresentaremos aos alunos como será a dinâmica da aula ministrada, os principais objetivos e as competências envolvidas em torno do tema proposto.

Foram escolhidos 4 (quatro) problemas referentes à prova do Enem aplicadas nos anos de 2010 a 2017. Para essa escolha optamos por selecioná-los de acordo com níveis de dificuldades e conteúdos, pois cada uma aborda temas específicos dentro no ensino da geometria plana.

Tais problemas serão discutidos da seguinte forma: daremos em folha impressa adicionado à folha resposta para que a resolução possa ser feita. Os alunos farão, incialmente, leitura das questões e em segundo momento em grupo, logo após, iniciarão a resolução das atividades. Nesta etapa, discutir as atividades em grupo é uma forma de os alunos interagirem entre si e compartilharem conhecimentos que serão indispensáveis na solução das situações-problemas.

Terminadas as resoluções das atividades, pediremos a alguns para irem à lousa e apresentarem suas respostas. Ao final, discutiremos as soluções dos exercícios, assim como outras formas de resolvê-los. Caso não consigam chegar à solução de algum problema, iremos intervir de acordo com o fator que os levou a não resolução da proposta.

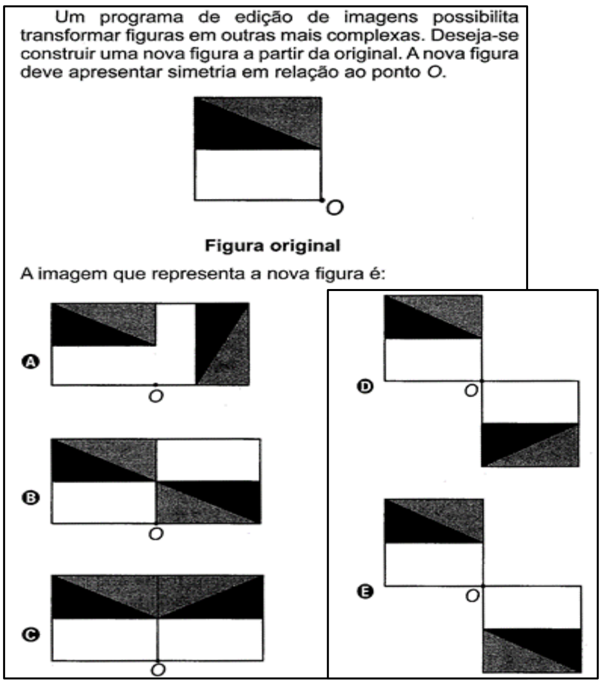
Em cada uma das situações-problemas apresentadas na oficina, adotaremos a sequência didática abordada por Allevato e Onuchic (2009), que remete a como trabalhar uma situação-problema com o aluno em sala de aula, sendo este o roteiro:

- **Preparação do Problema:** Selecionar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento;
- **Leitura individual:** Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura;
- **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar nova leitura do problema. Havendo alguma dificuldade de compreensão ou palavras desconhecidas, o professor pode auxiliar nessa compreensão;
- **Resolução do problema:** A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo;

- **Observar e incentivar:** Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo;
- **Registro das resoluções na lousa:** Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções;
- **Plenária:** São convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas;
- **Busca do consenso:** Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto;
- **Formalização do conteúdo:** o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema.

Para esta oficina foram escolhidas as seguintes situações problemas:

Figura 1 – problema 1



Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

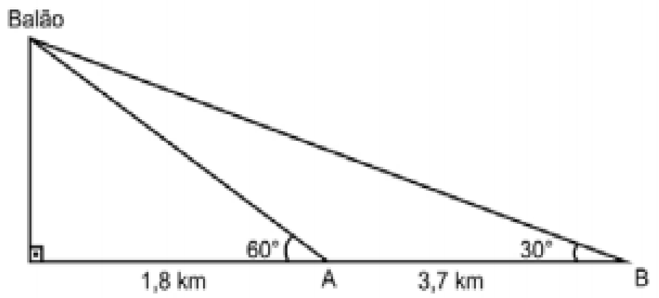
Nesta situação problema, o objetivo é encontrar a imagem que representa a simetria em relação à figura original. Para tal, é necessário que o aluno compreenda o que está sendo proposto e tenha conhecimentos sobre simetria, fator primordial para que o participante encontre a imagem correta.

Nas situações-problemas a seguir, diferentemente da primeira, os colaboradores, ao compreederem o que está sendo proposto, deverão efetuar alguns cálculos para se chegar à resposta correta. Vale ressaltar, aqui, que os conteúdos presentes em cada uma não se repetem entre si, a fim de que possamos explorar o máximo de conhecimentos dos participantes. Sendo elas:

Figura 2 – problema 2

Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: http://www.correiodobrasil.com.br. Acesso em: 02 maio 2010.



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°.

Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

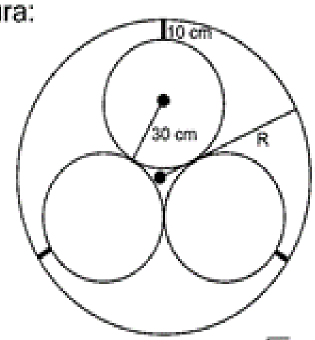
Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Neste problema, o objetivo é que os alunos possam ler e interpretar o problema proposto, reconhecer relações trigonométricas e conceitos de ângulos internos e externos, assim como aplicações no triângulo retângulo. Este, em especial, requer atenção dos participantes quanto à compreensão da proposta para que possam efetuar os cálculos necessários.

O problema a seguir colocará os alunos mais reflexivos e comunicativos, já que faz parte de uma seção de situações-problemas do Enem que possui maior nível de dificuldade, pois o participante deve estar atento a todas as informações descritas para colocar em prática todo o conhecimento adquirido em sua vida escolar sobre a geometria, principalmente as propriedades de circunferência e triângulos.

Figura 3 – problema 3

Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10 cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:



Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R, em centímetros, é igual a

A 64,0.
B 65,5.
C 74,0.
D 81,0.
E 91,0.

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

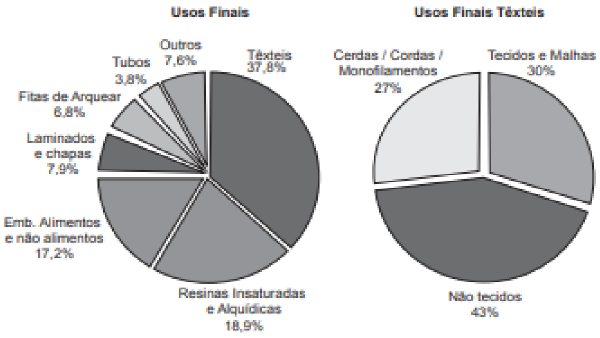
Nesta situação-problema, o objetivo é encontrar a medida do raio da circunferência maior. Para auxiliá-los quanto à resolução, foram dadas algumas medidas e três triângulos inscritos, como pode ser verifcado acima. Sendo assim, a partir desses dados e de seus conhecimentos prévios, o participante deve ser capaz de encontrar uma solução para tal.

Na situação-problema a seguir, além de trabalhar conteúdos relacionados com a geometria, traz uma reflexão acerca da reciclagem e, consequentemente, da responsabilidade social e ambiental que cada um deve possuir, pois trata-se de informar sobre a quantidade de PET que foi reciclada em 2010.

Figura 4 – Problema 4

O polímero de PET (Politereftalato de Etileno) é um dos plásticos mais reciclados em todo o mundo devido à sua extensa gama de aplicações, entre elas, fibras têxteis, tapetes, embalagens, filmes e cordas. Os gráficos mostram o destino do PET reciclado no Brasil, sendo que, no ano de 2010, o total de PET reciclado foi de 282 kton (quilotoneladas).

PET RECICLADO - 2010



Disponível em: www.abipet.org.br. Acesso em: 12 jul. 2012 (adaptado).

De acordo com os gráficos, a quantidade de embalagens PET recicladas destinadas à produção de tecidos e malhas, em kton, é mais aproximada de

Ⓐ 16,0.
Ⓑ 22,9.
Ⓒ 32,0.
Ⓓ 84,6.
Ⓔ 106,6.

Fonte: Inep, 2015 – adaptada.

Nesta situação-problema, o participante deve encontrar a quantidade de embalagens PET em kton destinada à produção de tecidos e malhas. Uma situação-problema que requer dominio sobre cálculos de porcentagem e análise de gráficos.

Durante a aplicação da oficina, espera-se que os alunos, de acordo com o nivel dos problemas, tornem-se questionadores, apresentem suas dúvidas, discutam com os colegas e, principalmente, dialoguem com os professores aplicadores da oficina.

Nesta oficina, os aplicadores podem e devem explorar as situações-problemas, principalmente as que apresentarem dúvidas pelos alunos, no sentido de compartilhar conhecimento, criar situações para melhor compreensão de conceitos e fórmulas.

O objetivo é tornar esse momento participativo e interessante para os alunos, uma vez que estas situações-problemas envolvem a metodologia de resolução de problemas, que permite ao aluno potencializar suas capacidades, além do raciocio lógico e interpretação.

Nessa proposta, a partir da metodologia de resolução de problemas, pretende-se ampliar os conhecimentos dos alunos frente a um tema difícil como a geometria, tornando seus conceitos e aplicações significativos e motivadores.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Após a oficina, serão recolhidas as folhas respostas e as fichas de avaliação, pois servirão como dados para posterior análise de dados. Além disso, durante a oficina, estaremos fotografando e observando os diálogos dos grupos, destacando determinadas situações ocorridas, assim como as atitudes, expressões faciais, falas, entre outras.

Esse processo é um dos mais importantes, pois é o momento que exige minuciosa análise de cada informação, principalmente quando se trata de acompanhar o raciocínio do aluno na resolução de uma situação-problema.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, computador, retroprojetor.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, n.55, 2009.

- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

- DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

- ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas, 2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP, 2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 5 de junho de 2018.

- ONUCHIC, L.L.R. & ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Ibero Americana de Matemática**, 2007.

PLANO DE AULA/OFICINA 2
Professor: Ada Cristina; Inês Xavier; Ronaldo Martins.
Disciplina: Matemática.
Nível/Série: Ensino Médio.
Tempo estimado: 2 horas/aula
TEMA: Discussão e resolução de situações-problemas do Enem sobre geometria plana.
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar os alunos do Ensino Médio do IFMG-SJE, a partir de situações-problemas do Enem, sobre as principais propriedades e aplicações de conhecimentos geométricos que compõem os conteúdos de Geometria Plana. **ESPECÍFICOS:** • Interpretar e resolver problemas que envolvam conceitos de geometria plana; • Reconhecer figuras planas através de sua planificação; • Analisar e identificar grandezas; • Compreender equivalência de unidades de medidas, cálculos quem envolvam porcentagem, manipulação de expressões algébricas e conceitos sobre ângulos e suas aplicações.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
Espera-se que os alunos ao final da oficina sejam capazes de: • Identificar características de figuras planas ou espaciais; • Resolver situações-problemas que envolvam conhecimentos geométricos; • Utilizar conhecimentos geométricos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
A Geometria surgiu da necessidade de os povos antigos construírem casas, navios e medições de terras, dentre outras e ao longo dos anos, foi-se construído um viés nessa modalidade, pela dificuldade encontrada por muitos de se compreender suas fórmulas e aplicações, pois, em alguns casos, requer um nível avançado de conhecimentos para sua compreensão. Deve-se destacar, em contrapartida, a importância de tal conteúdo no processo de

ensino e aprendizagem do aluno, pois esta é um componente curricular do ensino da Matemática que permite ao aluno desenvolver suas potencialidades através de elementos que estão relacionados a outras áreas do saber matemático, além de envolver a manipulação de figuras como observada na geometria espacial, e por várias situações, estar relacionada com o cotidiano.

De acordo com os PCN (1998), o ensino da geometria desenvolve um modelo especial de pensamento que permite ao aluno, compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Sendo assim, o ensino da geometria permite ao aluno através de uma situação-problema, desenvolver suas capacidades por oferecer possibilidades de resolução.

Além disso, permite ao professor fazer uso de conceitos elementares para construir outros objetos mais complexos, como: pontos especiais, retas especiais, planos dos mais variados tipos, ângulos, médias, centros de gravidade de objetos, etc.

Diante dessa especificidade do ensino da geometria, através das questões do Enem, têm-se a possibilidade de trabalhar com os alunos, além das principais competências exigidas na formação docente, uma modalidade de ensino que permite ao aluno potencializar sua capacidade de raciocínio, interpretação e resolução de atividades que é a resolução de problemas.

De acordo com Onuchic e Zuffi (2007), um problema deve ser caracterizado não como um caso isolado na Matemática, mas como uma metodologia que possibilite alcançar a natureza interna da matemática, assim como seu uso e aplicações. Segundo Dante (1998) um dos objetivos da resolução de problemas é desenvolver o raciocínio lógico do aluno, fazê-lo pensar intuitivamente, ajudá-lo a ser capaz de enfrentar situações adversar, entre outras.

Dessa forma pretende-se trabalhar uma metodologia inovadora com características importantíssimas, juntamente com a prova do Enem, com toda a sua magnitude em critérios de avaliação.

METODOLOGIA DE ENSINO

Nesta segunda oficina, manteremos os processos metodológicos aplicados na oficina anterior, assim como o formato das atividades, a dinâmica de desenvolvimento e as formas de recolha de informações e dados, esta é a segunda de uma sequência de seis oficinas, sendo, ainda relacionada com o conteúdo de geometria plana, nas próximas oficinas abordaremos conteúdos de geometria analítica e espacial. Para esta oficina as situações-problemas escolhidas foram:

Figura 1 – problema 1

No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficará o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, "o maior olho do mundo voltado para o céu".

Disponível em: http://www.estadao.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm.

Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

A 1 : 20
B 1 : 100
C 1 : 200
D 1 : 1 000
E 1 : 2 000

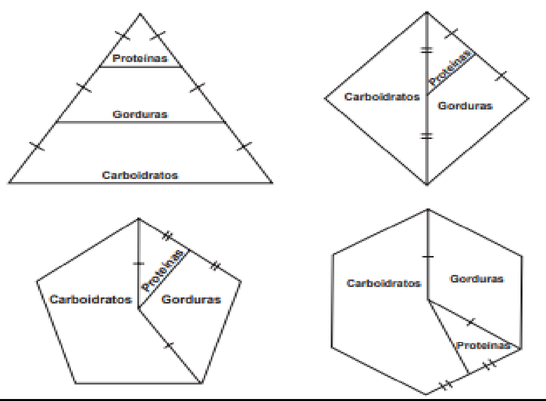
Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

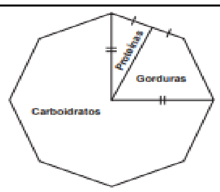
Nesta situação-problema, é fundamental que o participante tenha conhecimentos sobre escala de medidas e razão entre duas grandezas, para tal, é necessário que este leia e compreenda a proposta em questão, retirando todas as informações relevantes, para, logo em seguida aplicar seus conhecimentos.

O problema a seguir, apresenta dados referentes a pocentagem de calorias que cada pessoa deve ingerir diariamente para manter uma vida saudável, estes dados são descritos em forma de porcentagem, sendo que o participante deve relacionar tais dados nas figuras representadas, como se pode verificar a seguir:

Figura 2 – problema 2

Para uma alimentação saudável, recomenda-se ingerir, em relação ao total de calorias diárias, 60% de carboidratos, 10% de proteínas e 30% de gorduras. Uma nutricionista, para melhorar a visualização dessas porcentagens, quer dispor esses dados em um polígono. Ela pode fazer isso em um triângulo equilátero, um losango, um pentágono regular, um hexágono regular ou um octógono regular, desde que o polígono seja dividido em regiões cujas áreas sejam proporcionais às porcentagens mencionadas. Ela desenhou as seguintes figuras:





Entre esses polígonos, o único que satisfaz as condições necessárias para representar a ingestão correta de diferentes tipos de alimentos é o

A triângulo.
B losango.
C pentágono.
D hexágono.
E octógono.

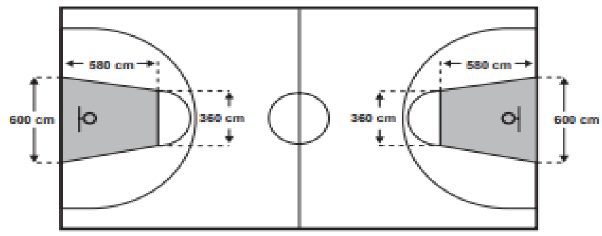
Fonte: Inep, 2015 – adaptada.

No problema acima, tem-se varias representações de figuras planas que representam as porcentagens dadas para os tipos de calorias presentes nos alimentos, o participante deve relacionar tais valores com os polígonos de forma a escolher a que melhor represente esses dados.

Os problemas 3 e 4 a seguir, são situações que requerem o domínio sobre áreas de figuras planas, sendo que elas trazem contextos diferentes, pois, o primeiro trata-se de uma quadra de futebol que teve as dimensõs dos garrafões alteradas, pede-se que esta alteração seja identificada em cm². Já na segunda situação, após o processo de cozimento uma cerâmica teve suas dimensões reduzidas, neste caso, busca-se verificar quanto representa essa alteração de área. Tais situações-problemas estão apresentadas a seguir:

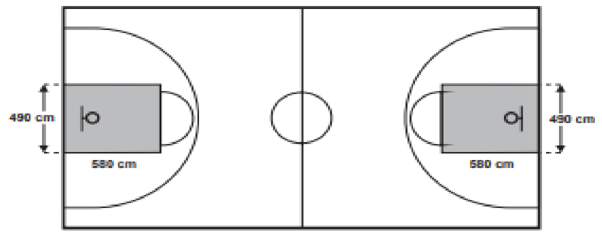
Figura 3 – problema 3

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

A) aumento de 5 800 cm².
B) aumento de 75 400 cm².
C) aumento de 214 600 cm².
D) diminuição de 63 800 cm².
E) diminuição de 272 600 cm².

Fonte: Inep, 2015 – adaptada.

O objetivo da situação-problema 3 é que o participante encontre a alteração que houve entre as áreas I e II, para isso, é necessário que este saiba calcular a área de um trapézio e de um retângulo sendo tais, os formatos geométricos dos garrafões. A partir de então, basta verificar se houve aumento ou redução entre as duas áreas e de quanto foi.

A situação-problema 4, trata-se de um modelo específico de cerâmica que após o processo de cozimento sofre uma redução em suas dimensões, pede-se que o participante identifique esta diferença entre a área inicial e o pós cozimento. Além de análise dos dados, é necessário conhecimento sobre área, dimensões de figuras e cálculo com porcentagens.

Figura 4 – problema 4

A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

A 4%.
B 20%.
C 36%.
D 64%.
E 96%.

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

Nesta situação-problema, o aluno deve primeiramente encontrar a área inicial da cerâmica, em seguida encontrar as medidas dos lados após o cozimento, calcular a área da nova cerâmica formada e verificar a redução que houve em reação à inicial.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Após a oficina, serão recolhidas as folhas respostas e as fichas de avaliação, pois estas servirão como dados para posteriores análise de dados. Além disso, durante a oficina, estaremos fotografando e observando os diálogos dos grupos, destacando determinadas situações ocorridas, assim como as atitudes, expressões faciais, falas, entre outras.

Esse processo é um dos mais importantes, pois é o momento que exige minuciosa análise de cada informação, principalmente quando se trata de acompanhar o raciocínio do aluno na resolução de uma situação-problema.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, computador, retroprojetor.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, n.55, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.
- ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas,2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP,2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 5 de junho de 2018.
- ONUCHIC, L.L.R. & ZUFFI, E. M. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Ibero Americana de Matemática**, 2007.

PLANO DE AULA/OFICINA 3
Professores: Ada Cristina, Inês Xavier, Ronaldo Martins.
Disciplina: Matemática.
Nível/Série: Ensino médio.
Tempo estimado: 2 horas/aula
TEMA: Discursão e resolução de situações-problemas do Enem sobre geometria espacial.
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos a interpretar e resolver situações-problemas do Enem que envolvem conhecimentos prévios sobre geometria espacial e identificá-los, sanando possíveis dificuldades dos discentes do Ensino Médio. **ESPECÍFICOS:** • Reconhecer a geometria espacial, seus elementos e propriedades; • Ler e resolver problemas que envolvam geometria espacial, sendo capaz de calcular a área, volume, diâmetro, raio, perímetro, apótema de sólidos geométricos quando necessário. • Interpretar problemas matemáticos; • Utilizar corretamente as fórmulas da geometria espacial.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Interpretar e resolver problemas que envolvam geometria espacial; • Perceber as formas geométricas planas e espaciais no cotidiano; • Identificar características de figuras planas ou espaciais; • Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; • Ler, escrever e resolver problemas.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Atualmente, vemos a Resolução de Problemas como um método de grande valor para o aprendizado da Matemática, e o ensino da geometria é de extrema importância para a vida do cidadão no meio onde vive.

Segundo um levantamento da Universia Brasil, a geometria é um dos conteúdos mais cobrados nas provas do ENEM, chegou-se a essa conclusão depois de analisar 13 edições da mesma. Já Ponte; Brocardo e Oliveira (2003), diz que o estudo de geometria disponibiliza aos discentes de variados níveis de desenvolvimento um ensino fundamentado por intermédio de ocasiões que podem colaborar para a compreensão de fatos e relações geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver situações-problemas.

O ensino da geometria é de extrema importância para a vida cidadão no seu meio social, pois, desenvolve o raciocínio visual e sem essa habilidade, eles dificilmente conseguirão resolver as diferentes situações de vida que forem geometrizadas, também não poderão utilizar-se da geometria como fator de compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Em relação ao Enem, em seu documento básico ressalta que as questões têm como objetivo integrar saberes, no seu documento básico, Brasil (2002) diz que o Enem é estruturado a partir de uma matriz que associa os conteúdos, competências e habilidades que correspondem ao término da escolaridade básica.

O estudo da geometria espacial pelos povos da mesopotâmia é datado desde, aproximadamente, dois mil anos antes de Cristo e todo o conhecimento que se tem até hoje são baseados em papiros. Os mais conhecidos são: o “papiro de Rhind” e o “papiro de Moscou”. Depois de um tempo sem avançar nos estudos sobre geometria espacial, foi durante o “Renascimento” que aconteceu o resgate ao estudo de toda ciência adormecida até aquele momento.

Diversos matemáticos como Leonardo Fibonacci (1170-1240) retomaram os estudos sobre geometria espacial e em 1220 ele escreveu a “Practica Geometriae”, uma coleção sobre trigonometria e geometria. Após vários estudos, toda esta evolução geométrica, da geometria euclidiana, a geometria não euclidiana, novos conceitos de tempo, espaço foram firmados, como a teoria da relatividade do físico Albert Einstein.

A geometria espacial estuda as figuras no espaço que possuem três dimensões, isto é, altura, largura e comprimento. Outro segmento da Matemática que compõe a geometria espacial é a geometria analítica. O espaço também está presente ao estudarmos os sólidos geométricos, que são porções limitadas do espaço.

A geometria espacial está presente nas abstrações da Matemática e no nosso mundo cotidiano. Percebemos a sua existência todos os dias ao olharmos para objetos, estruturas e animais que estão ao nosso redor. Quando executamos essa ação, conseguimos visualizar o volume total em vez de somente a superfície, que é uma projeção bidimensional.

METODOLOGIA DE ENSINO

Iniciaremos esta oficina com uma continuação da oficina anterior, porém falando dos vários conteúdos que compõem a geometria espacial e alguns que ainda não foram lembrados. Novamente discutiremos questões do Enem que envolvem geometria, abordando conceitos e propriedades da mesma.

Selecionamos mais outras quatro situações-problemas das oito últimas provas do Enem que envolvam o tema proposto. Esses problemas visam fazer com que o aluno pense nos conceitos que já sabe e o que é necessário para chegar à solução. Levaremos alguns materiais pedagógicos que possam ser útil em nossas discussões, como sólidos ou a sua planificação e mostraremos as suas propriedades em um momento oportuno.

Em seguida entregaremos a cada aluno uma folha contendo todas as questões, neste momento pediremos que façam a leitura das questões individualmente. Após a leitura individual dividiremos a turma em 2 grupos para que juntos possam ler e discutir cada problema.

Neste momento, após o entendimento desses problemas eles terão tempo para pensar e chegar à solução do mesmo, ao final, perguntaremos aos alunos se alguém chegou à solução e se sim, poderia compartilhar com a turma, caso ninguém consiga desenvolveremos juntos a resolução de tais.

As resoluções de cada um dos problemas, serão feitas na lousa por representantes de cada grupo, estes serão convidados a irem à frente e registrarem suas resoluções. Depois de todas as discussões a cerca do problema, faremos a formalização do conteúdo, apresentando suas soluções corretas e estruturadas na lousa.

Em cada uma das questões citadas abaixo, adotaremos a sequência didática abordada por Allevato e Onuchic (2009) que remete a como trabalhar uma situação-problema com o aluno em sala de aula, sendo este o roteiro.

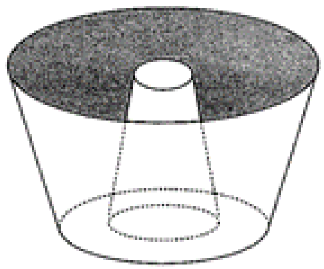
- **Preparação do Problema**: Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.
- **Leitura individual:** Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

- **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, havendo alguma dificuldade de compreensão ou palavras desconhecidas, o professor pode auxiliar nessa compreensão;
- **Resolução do problema**: A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
- **Observar e incentivar:** Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo.
- **Registro das resoluções na lousa**: Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.
- **Plenária:** são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
- **Busca do consenso:** Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- **Formalização do conteúdo:** o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema.

Segue abaixo os problemas selecionados:

Figura 1 – Problema 1

Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais.

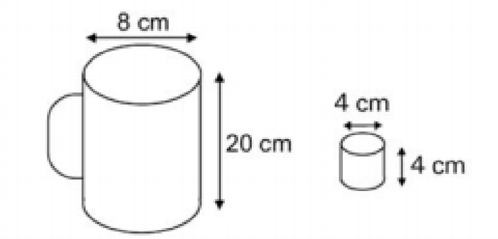
Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

Para a primeira situação, trouxemos uma que requer análise, e reconhecimento das figuras geométricas tridimendisionais, para tal o aluno deve indenficiar que estas representam o cone, porém em parte, pois, o topo da figura fora recortado das imagens. O participante que responder de acordo com esta análise, desmonstrará que compreendeu tal proposta.

Já para as situações-problemas 2, 3 e 4, que envolvem conceitos de altura, volume, área de figuras tridimensionais, nestas é necessario que os alunos tenham conhecimentos de profundidade, quantidade comportada por cada item e além disso saber aplicar conceitos para os auxiliar na procura pela resposta. Adotaremos como recursos didáticos objetos similares aos dos problemas, como adicional para colaborar na solução das situações problemas. Sendo elas:

Figura 2 – Problema 2

Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

A encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
B encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
C encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
D encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
E encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

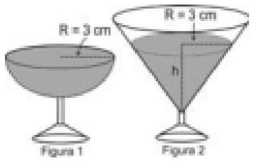
Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

Nesta situação-problema o participante deve possuir conhecimentos acerca de volume de cilindro, pois, perde-se que calcule quanto se deve ter de líquido na leiteira, para encher 20 copinhos pela metade. Ao identificar o que se pede e aplicar os dados apresentados nas formulas de forma correta, este não terá dificuldade em determinar uma resposta.

A próxima situação, está em partes relacionada com o anterior, pois, também requer o calculo de volume de figuras, sendo estas taças em formato de cone e a esfera. A diferença está na presença das fórmulas necessárias para as duas formas geométricas, o que implica que o participante deve prestar bastante atenção quanto à disposição dos dados. Se observarmos bem, veremos que há o cone e uma semiesfera, se isso não for percebido, consequentemente a resposta encontrada estará incorreta, como pode ser verificado a seguir:

Figura 3 – Problema 3

Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.



Considere:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad e \qquad V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de

A 1,33.
B 6,00.
C 12,00.
D 56,52.
E 113,04.

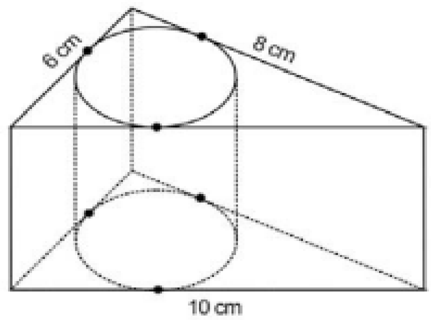
Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Nesta situação-problema, é imprescindível que o participante interprete qual é a proposta descrita, retire as informações que são relevantes e aplique nas fórmulas dadas, lembrando-se de observar que, é preciso ter um volume de liquido igual em ambas as taças, só que uma delas é um semicírculo, o que representa metade do volume da esfera, como dado no enunciado.

No problema 4, abaixo apresentado, tem-se duas figuras em que através dos dados retirados a partir da interpretação da proposta, o participante deverá encontrar a medida do raio da circunferência inscrita na figura em questão, para tal, é preciso ter conhecimentos sobre a geometria espacial e plana para se desenvolver os cálculos ideais..

Figura 4 – Problema 4

Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente às suas faces laterais, conforme mostra a figura.



O raio da perfuração da peça é igual a

Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Nesta situação-problema esperamos que o participante tenha conhecimentos sobre as propriedades básicas de geometria espacial, uma vez que pelas características de faces, arestas, vértices e outros, auxiliam na definição da opção correta.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação será de forma processual e contínua, sendo realizada em cada momento por meio da observação de cada aluno e o seu envolvimento com a tarefa, a capacidade de ler, interpretar e escrever problemas relacionados à geometria. Será recolhida a folha de cálculo de cada um destes alunos, para que possamos analisar minunciosamente o passo a passo que estes traçaram para se chegar à solução. Também serão avaliadas suas atitudes, a sua participação, o seu interesse, a sua comunicação oral e escrita, o confronto e a defesa de ideias de cada um e o êxito em aplicar tais conhecimentos em problemas.

Destacamos aqui, que serão observados para a avaliação o desenvolvimento e a resolução de problemas nas situações que explorem a identificação de conceitos de geometria espacial. E que essas informações e observações serão utilizadas para análise e coleta de dados.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, computador, materiais pedagógicos.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM, n.55, 2009.

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais** – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

- Disponível em: http://periodicos.ufpb.br/index.php/rteo/article/viewFile/21221/14561 acesso em 24/03/2018.

- Disponível em: http://www.ufrrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/>. Acesso em: 24/03/2018.

- ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas,2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP,2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 5 de junho de 2018.

- PONTE, J.P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PLANO DE AULA/OFICINA 4
Professores: Ada Cristina, Inês Xavier, Ronaldo Martins.
Disciplina: Matemática.
Nível/Série: Ensino Médio.
Tempo estimado: 2 horas/aula
TEMA: Discursão e resolução de situações-problemas do Enem sobre geometria espacial.
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos a interpretar e resolver situações-problemas do Enem que envolvem conhecimentos prévios sobre geometria espacial e identificá-los, sanando possíveis dificuldades dos discentes do Ensino Médio. **ESPECÍFICOS:** • Reconhecer a geometria espacial, seus elementos e propriedades; • Ler e resolver problemas que envolvam geometria espacial, sendo capaz de calcular a área, volume, diâmetro, raio, perímetro, apótema de sólidos geométricos quando necessário; • Utilizar corretamente as fórmulas da geometria espacial.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Perceber as formas geométricas planas e espaciais no cotidiano; • Identificar características de figuras planas ou espaciais; • Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; • Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano; • Ler, escrever e resolver problemas.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Atualmente vemos a resolução de problemas como um método de grande valor para o aprendizado da matemática, e o ensino da geometria é de extrema importância para a vida do cidadão no seu meio onde vive.

Segundo um levantamento da Universia Brasil, a geometria é um dos conteúdos mais cobrados nas provas do ENEM, chegou-se a essa conclusão depois de analisar 13 edições da mesma. Já Ponte; Brocardo e Oliveira (2003), diz que o estudo de geometria disponibiliza aos discentes de variados níveis de desenvolvimento um ensino fundamentado por intermédio de ocasiões que podem colaborar para a compreensão de fatos e relações geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver situações-problemas.

O ensino da geometria é de extrema importância para a vida cidadão no seu meio social, pois desenvolve o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as diferentes situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da geometria como fator de compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Em relação ao Enem, em seu documento básico ressalta que as questões têm como objetivo integrar saberes, no seu documento básico, Brasil (2002) diz que o Enem é estruturado a partir de uma matriz que associa os conteúdos, competências e habilidades que correspondem ao término da escolaridade básica.

O estudo da geometria espacial pelos povos da mesopotâmia é datado desde, aproximadamente, dois mil anos antes de Cristo e todo o conhecimento que se tem até hoje são baseados em papiros. Os mais conhecidos são: o “papiro de Rhind” e o “papiro de Moscou”. Depois de um tempo sem avançar nos estudos sobre Geometria Espacial, foi durante o “Renascimento” que aconteceu o resgate ao estudo de toda ciência adormecida até aquele momento. Após vários estudos, toda esta evolução geométrica, da geometria euclidiana, a geometria não euclidiana, novos conceitos de tempo, espaço foram firmados, como a teoria da relatividade do físico Albert Einstein.

A geometria espacial estuda as figuras no espaço que possuem três dimensões, isto é, altura, largura e comprimento. Outro segmento da Matemática que compõe a geometria espacial é a geometria analítica. O espaço também está presente ao estudarmos os sólidos geométricos, que são porções limitadas do espaço.

A geometria espacial está presente nas abstrações da Matemática e no nosso mundo cotidiano. Percebemos a sua existência todos os dias ao olharmos para objetos, estruturas e animais que estão ao nosso redor. Quando executamos essa ação, conseguimos visualizar o volume total em vez de somente a superfície, que é uma projeção bidimensional.

METODOLOGIA DE ENSINO

Iniciaremos com uma breve conversa sobre o propósito da oficina, apresentando o tema, os conteúdos e como procederemos no decorrer da oficina. Nesta oficina discutiremos situações problemas do Enem que envolvem geometria especial, abordando conceitos e propriedades da mesma.

Selecionamos quatro problemas das oito ultimas provas do ENEM que envolvem o tema proposto. Estes visam fazer com que o aluno pense nos conceitos que já sabe e o que é necessário para chegar à solução. Em seguida entregaremos a cada aluno uma folha contendo todas as situações-problemas, neste momento pediremos que façam a leitura individualmente.

Após a leitura individual dividiremos a turma em 2 grupos para que juntos possam ler e discutir cada proposta. Terminadas as resoluções dos problemas, perguntaremos aos alunos se alguém chegou à solução e se sim, poderia compartilhar com a turma, caso ninguém consiga iremos à lousa, e resolveremos tais problemas em conjunto para formalização do conteúdo.

Em cada uma das situações-problemas citadas abaixo, adotaremos a sequência didática abordada por Allevato e Onuchic (2009) que remete a como trabalhar uma situação problema com o aluno em sala de aula, sendo este o roteiro.

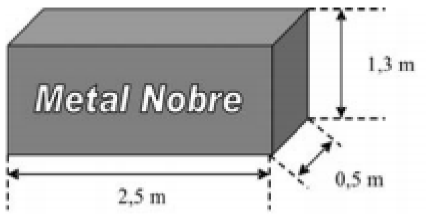
- **Preparação do Problema**: Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.
- **Leitura individual**: Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, havendo alguma dificuldade de compreensão ou palavras desconhecidas;
- **Resolução do problema**: A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
- **Observar e incentivar:** Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo.
- **Registro das resoluções na lousa:** Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.

- **Plenária:** são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
- **Busca do consenso:** Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- **Formalização do conteúdo:** o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema.

Segue abaixo os problemas selecionados:

Figura 1 – Problema 1

A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

Ⓐ massa.
Ⓑ volume.
Ⓒ superfície.
Ⓓ capacidade.
Ⓔ comprimento.

Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Nesta primeira situação-problema o objetivo é que os alunos saibam identificar as informações descritas na imagem acima de forma a identificar a grandeza que tais representam. Como estratégia de ensino, após a resolução trabalharemos os conceitos e características de cada item com os mesmos.

No problema a seguir, o participante pode fazer colocar em prática ainda mais os conhecimentos da situação anterior, pois, nesta este fará calculos envolvendo as dimensões de uma figura espacial, que neste caso, são paralelepípedos.

Tal situação pode ser observado a seguir:

Figura 2 – Problema 2

Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.
Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a

- A 5 cm.
- B 6 cm.
- C 12 cm.
- D 24 cm.
- E 25 cm.

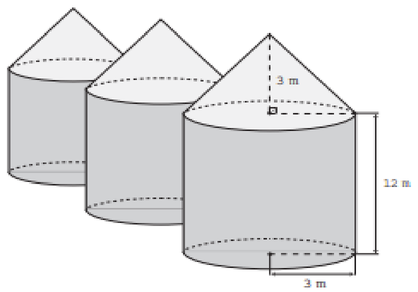
Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Nesta é necessário descobrir a medida da aresta do cubo, para tal, o participante deverá calcular o volume do paralelepípedo descrito no problema que é igual a do cubo, pede-se então, que seja calculado a medida da aresta do cubo, que neste caso, depende da outra figura.

No problema 3, também é necessário fazer o uso de cálculos de volume, neste caso, trata-se de descobrir o volume que se tem de silo e verificar quantas viajens são necessárias para uma caminhão que comporta apenas 20m³. O participante deverá perceber que o silo tem sua base em formato de cilindro e sua tampa um cone, dessa forma a capacidade será a união de ambos volumes,como pode ser verificado a seguir:

Figura 3 – Problema 3

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π.

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

Fonte: Inep, 2011 – adaptada.

Neste problema, esperamos que o participante compreenda que a capacidade de armazenamento esta relacionada à soma dos ambos volumes, assim como também que este tenha conhecimento dessas fórmulas ou outros meios para se chegar à solução.

No problema 4, apresentado a seguir, tem-se a representação de uma guarda chuva, que esta associado à representação de uma superfície de revolução. Dessa forma, a partir da figura e das informações dadas, deve-se dizer que figura foi formada a partir deste processo, como pode ser verificado a seguir:

Figura 4 – Problema 4

A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.

Disponível em: http://mdmat.psico.ufrgs.br. Acesso em: 1 maio 2010.

Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

(A) pirâmide.
(B) semiesfera.
(C) cilindro.
(D) tronco de cone.
(E) cone.

Fonte: Inep, 2011 – adaptada.

Nesta situação-problema o objetivo é saber identificar qual a nomenclatura da figura de revolução a partir da imagem já inserida. Para tal, é importante que o participante tenha conhecimentos sobre o que é o processo de revolução de uma figura, a falta deste conhecimento é crucial na definição da opção correta.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação será de forma processual e continua, sendo realizada em cada momento por meio da observação de cada aluno e o seu envolvimento com a tarefa, a capacidade de ler, interpretar e escrever problemas relacionados a geometria. Será recolhida a folha de cálculo de cada um destes alunos, para que possamos analisar minunciosamente o passo a passo que estes traçaram para se chegar à solução.

Avaliaremos também suas atitudes, a sua participação, o seu interesse, a sua comunicação oral e escrita, o confronto e a defesa de ideias de cada um e o êxito em aplicar tais conhecimentos em problemas. Destacamos aqui que serão observados para a avaliação o desenvolvimento e a resolução de problemas nas situações que explorem a identificação de conceitos de geometria espacial. E que essas informações e observações serão utilizadas para analise e coleta de dados.
RECURSOS DIDÁTICOS
Quadro, pincel atômico, computador, materiais pedagógicos**.**
REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM, n.55, 2009.

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

- Disponível em: http://periodicos.ufpb.br/index.php/rteo/article/viewFile/21221/14561 acesso em 24/03/2018.

- Disponível em: http://www.ufrrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/>. Acesso em: 24/03/2018.

- ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas,2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP,2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 5 de junho de 2018.

- PONTE, J.P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PLANO DE AULA/OFICINA 5
Professores: Ada Cristina, Inês Xavier, Ronaldo Martins.
Disciplina: Matemática.
Nível/Série: Ensino médio.
Tempo estimado: 2 hras/aula
TEMA: Discursão e resolução de situações-problemas do Enem sobre geometria analítica.
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos do Ensino Médio do IFMG-SJE, a interpretar e resolver situações problemas do Enem que envolvem conhecimentos prévios sobre geometria analítica . **ESPECÍFICOS:** • Reconhecer a geometria analítica, seus elementos e propriedades; • Ler e resolver problemas que envolvam Geometria analítica, sendo capaz de calcular a equação geral e reduzida da reta, intersecção entre retas, paralelismo, ângulos entre ponto e reta; • Interpretar, problemas matemáticos; • Utilizar corretamente as fórmulas da geometria espacial.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Interpretar e resolver problemas que envolvam geometria analítica; • Dominar e interpretar equações geral e reduzida da reta; • Saber calcular intersecção entre retas; • Resolver situação-problema que envolva conhecimentos do paralelismo; • Utilizar conhecimentos geométricos analíticos, a fim de identificar ângulo entre ponto e reta.
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES
Atualmente, vemos a resolução de problemas como um método de grande valor para o aprendizado da matemática, e o ensino da geometria é de extrema importância para a vida do cidadão no seu meio onde vive. Segundo um levantamento da Universia Brasil, a geometria é um dos conteúdos mais cobrados nas provas do Enem, chegou-se a essa conclusão depois de analisar 13 edições da mesma. Já Ponte; Brocardo e Oliveira (2003), diz que o estudo de geometria disponibiliza aos discentes de variados níveis de desenvolvimento um ensino fundamentado por intermédio de ocasiões que podem colaborar para a compreensão de fatos e relações

geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver situações-problemas.

O ensino da geometria é de extrema importância para a vida cidadão no seu meio social, pois desenvolve o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as diferentes situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da geometria como fator de compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Em relação ao Enem, em seu documento básico ressalta que as questões têm como objetivo integrar saberes, no seu documento básico, Brasil (2002) diz que o Enem é estruturado a partir de uma matriz que associa os conteúdos, competências e habilidades que correspondem ao término da escolaridade básica.

Os estudos relacionados com a geometria analítica datam do século XVII. Descartes, ao relacionar a álgebra com a geometria trouxe princípios matemáticos capazes de analisar por meio de métodos geométricos as propriedades do ponto, da reta e da circunferência, determinando distâncias entre eles, localização e pontos de coordenadas.

Uma característica importante da geometria analítica apresenta-se na definição de formas geométricas de modo numérico, extraindo dados informativos da representação. Com base nesses estudos, a Matemática passa a ser vista como uma disciplina moderna, capaz de explicar e demonstrar situações relacionadas ao espaço. As noções intuitivas de vetores começam a ser exploradas de forma contundente na busca por resultados numéricos que expressem as ideias da união da geometria com a álgebra.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação será de forma processual e continua, sendo realizada em cada momento por meio da observação de cada aluno e o seu envolvimento com a tarefa, a capacidade de ler, interpretar e escrever problemas relacionados à geometria. Será recolhida a folha de cálculo de cada um destes alunos, para que possamos analisar minunciosamente o passo a passo que estes traçaram para se chegar à solução. Também serão avaliadas suas atitudes, a sua participação, o seu interesse, a sua comunicação oral e escrita, o confronto e a defesa de ideias de cada um e o êxito em aplicar tais conhecimentos em problemas.

Destacamos aqui que serão observados para a avaliação o desenvolvimento e a resolução de problemas nas situações que explorem a identificação de conceitos de geometria analítica. E que essas informações e observações serão utilizadas para análise e coleta de dados.

METODOLOGIA DE ENSINO

Iniciaremos com uma breve conversa sobre o propósito da oficina, apresentando o tema, os conteúdos e como procederemos no decorrer da oficina. Nesta oficina discutiremos questões do ENEM que envolvem geometria analítica, abordando conceitos e propriedades da mesma.

Selecionamos algumas questões das oito últimas provas do Enem que envolvam o tema proposto. Essas questões visam fazer com que o aluno pense nos conceitos que já sabe e o que é necessário para chegar à solução. Em seguida, entregaremos a cada aluno uma folha contendo todas a situações-problemas, neste momento pediremos que façam a leitura das questões individualmente.

Após a leitura individual dividiremos a turma em 2 grupos para que juntos possam ler e discutir cada questão. Terminadas as resoluções dos problemas, perguntaremos aos alunos se alguém chegou à solução e se sim, poderia compartilhar com a turma, caso ninguém consiga interveremos na resolução em lousa. Depois de todas as discussões a cerca do problema, faremos a formalização do conteúdo, apresentando suas soluções corretas e estruturadas na lousa.

Em cada um dos problemas citados abaixo, adotaremos a sequência didática abordada por Allevato e Onuchic (2009) que remete a como trabalhar uma situação problema com o aluno em sala de aula, sendo este o roteiro.

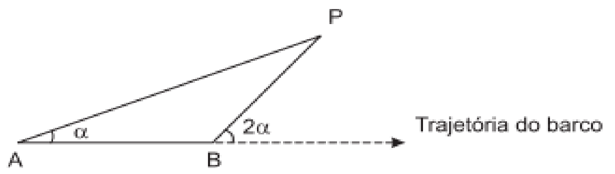
- **Preparação do Problema:** Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.
- **Leitura individual:** Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, havendo alguma dificuldade de compreensão ou palavras desconhecidas, o professor pode auxiliar nessa compreensão;
- **Resolução do problema:** A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
- **Observar e incentivar:** Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo.
- **Registro das resoluções na lousa:** Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.

- **Plenária:** são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
- **Busca do consenso:** Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- **Formalização do conteúdo:** o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema.

Para esta oficina foram escolhidas as seguintes situações-problemas**:**

Figura 1 - problema 1

Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30°$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2 000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

Ⓐ 1 000 m.
Ⓑ $1\,000\sqrt{3}$ m.
Ⓒ $2\,000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
Ⓓ 2 000 m.
Ⓔ $2\,000\sqrt{3}$ m.

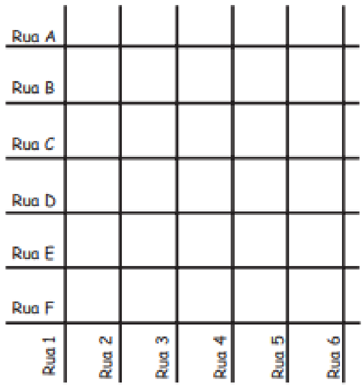
Inep, 2011 – adaptada.

Neste problema, o objetivo é que colaborador seja capaz de descobrir a menor distância que há entre a posição do barco ao ponto fixo *P*. Como estratégia estes podem utilizar as propriedade do triângulo retângulo uma vez que identificado no problema.

Nas situações-problemas 2 e 3 apresentadas a seguir, o objetivo que se pretende alcançar com as resoluções dos colaboradores esta relacionado à interpretação da proposta, pois nos dois casos este deve encontrar a melhor opção que atenda tanto a família do problema 2 com o local para sua residência que deve estar próximo dos ambientes mais frequentados pelos mesmos, ou no caso 2 em que o técnico de refrigeração precisa atender a todos os ambientes citados no problema, porém sem passar mais de uma vez pelo mesmo local.

Figura 2 – problema 2

Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.



A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A.

Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

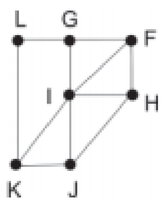
Fonte: Inep, 2016 – adaptada.

Pode-se verificar no problema 2 acima, a importância de se interpretar bem o que fora proposto, de inicio identificar na imagem dada, os locais frequentados pela família, para logo em seguida, identificar locais possíveis para a residência que atenda as limitações importas no caso em questão. Já o problema 3, apresentado a seguir, que também não é necessário efetuar algum cálculo, o participante neste caso, deverá encontrar uma solução que atenda às proposta fora proposto.

Figura 3 – Problema 3

Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas.

Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.



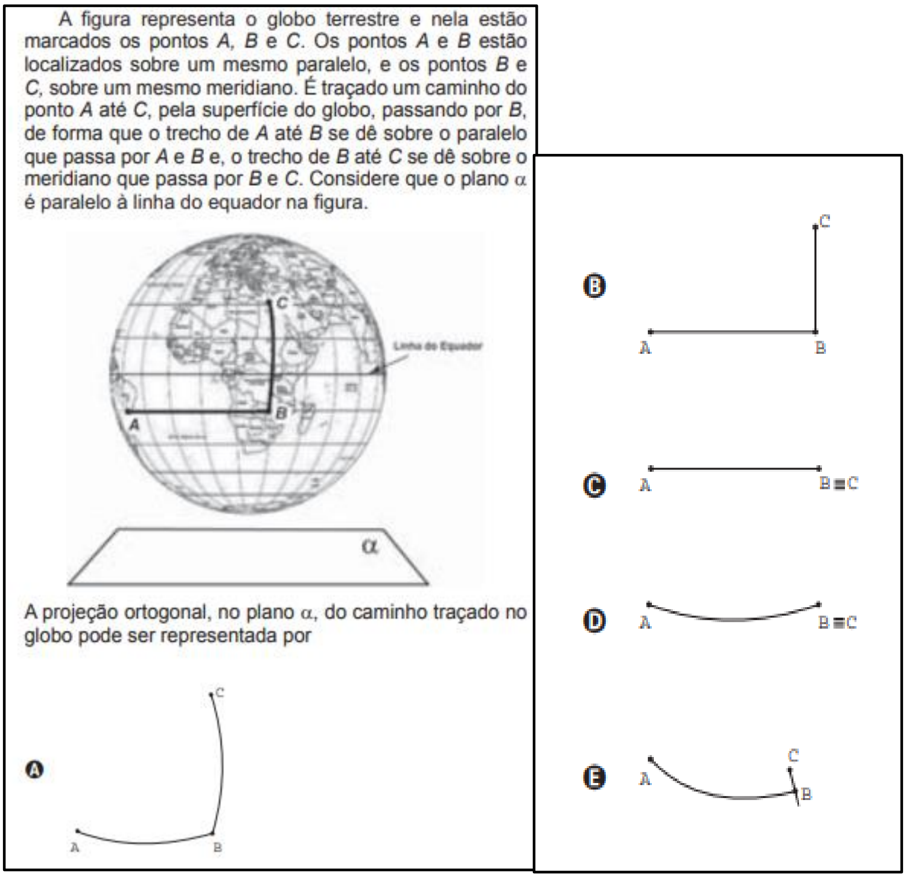
Iniciando a revisão pelo ponto K e terminando em F, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos

Fonte: Inep, 2011 – adaptada.

Para resolver o problema 3, o participante deverá encontrar uma sequência de locais, identificados por letras, de forma que o técnico em refrigeração, atenda a todos os pontos de saída de ar, iniciando pelo ponto *k* e terminando em *f*.

No problema 4 a seguir, trata-se da representação do globo terrestre que está sendo projetado ortogonalmente em um plano, e pede-se que o participante identifique qual é a opção que representa corretamente essa situação, como pode ser verificado a seguir:

Figura 4 – Problema 4


A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos *A*, *B* e *C*. Os pontos *A* e *B* estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos *B* e *C*, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto *A* até *C*, pela superfície do globo, passando por *B*, de forma que o trecho de *A* até *B* se dê sobre o paralelo que passa por *A* e *B* e, o trecho de *B* até *C* se dê sobre o meridiano que passa por *B* e *C*. Considere que o plano α é paralelo à linha do equador na figura.

A projeção ortogonal, no plano α, do caminho traçado no globo pode ser representada por

Fonte: Inep, 2016 – adaptada.

Neste caso, os conhecimentos sobre projeção ortogonal, são fundamentais para delimitar qual das opções melhor representa a problemática. A falta desse conteúdo, numa situação problema como esta, que segundo as habilidades do Enem é de nível fácil, pode ser crucial num momento de decisão.

RECURSOS DIDÁTICOS
Quadro, pincel atômico, computador e retroprojetor.
REFERÊNCIAS
• ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM, n.55, 2009. • BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002. • Disponível em: http://periodicos.ufpb.br/index.php/rteo/article/viewFile/21221/14561 acesso em 24/03/2018. • Disponível em: http://www.ufrrj.br/SEER/index.php/gepem/article/view/>. Acesso em: 24/03/2018. • ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas,2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP,2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 5 de junho de 2018. • PONTE, J.P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PLANO DE AULA/OFICINA 6
Professores: Ada Cristina, Inês Xavier, Ronaldo Martins.
Disciplina: Matemática.
Nível/Série: Ensino médio.
Tempo estimado: 2 horas/aula
TEMA: Discursão e resolução de situações-problemas do Enem sobre geometria analítica.
OBJETIVOS
GERAL: • Orientar aos alunos do Ensino Médio do IFMG-SJE, a interpretar e resolver-problemas do ENEM que envolvem conhecimentos prévios sobre geometria analítica. **ESPECÍFICOS:** • Reconhecer a geometria analítica, seus elementos e propriedades; • Ler e resolver problemas que envolvam geometria analítica, sendo capaz de calcular distância entre dois pontos, ponto médio de um seguimento, condição de alinhamento de 3 pontos; • Interpretar, problemas matemáticos; • Utilizar corretamente as fórmulas da geometria espacial.
COMPETÊNCIAS A SEREM DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS
• Interpretar e resolver problemas que envolvam geometria analítica; • Dominar e interpretar um plano cartesiano; • Saber calcular a distância entre dois pontos; • Resolver situação-problema que envolva conhecimentos do ponto médio de um seguimento; • Utilizar conhecimentos geométricos analíticos, a fim de aplicar a condição de alinhamento de três pontos. •
JUSTIFICATIVAS PARA A ABORDAGEM DO CONTEÚDO/QUESTÕES

Atualmente vemos a resolução de problemas como um método de grande valor para o aprendizado da matemática, e o ensino da geometria é de extrema importância para a vida do cidadão no seu meio onde vive.

Segundo um levantamento da Universia Brasil, a geometria é um dos conteúdos mais cobrados nas provas do Enem, chegou-se a essa conclusão depois de analisar 13 edições da mesma. Já Ponte; Brocardo e Oliveira (2003), diz que o estudo de geometria disponibiliza aos discentes de variados níveis de desenvolvimento um ensino fundamentado por intermédio de ocasiões que podem colaborar para a compreensão de fatos e relações geométricas que vai muito além da simples memorização e utilização de técnicas para resolver situações-problemas.

O ensino da geometria é de extrema importância para a vida cidadão no seu meio social, pois desenvolve o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as diferentes situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da eometria como fator de compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Em relação ao Enem, em seu documento básico ressalta que as questões têm como objetivo integrar saberes, no seu documento básico, Brasil (2002) diz que o Enem é estruturado a partir de uma matriz que associa os conteúdos, competências e habilidades que correspondem ao término da escolaridade básica.

Os estudos relacionados com a geometria analítica datam do século XVII. Descartes, ao relacionar a álgebra com a geometria, criou princípios matemáticos capazes de analisar por meio de métodos geométricos as propriedades do ponto, da reta e da circunferência, determinando distâncias entre eles, localização e pontos de coordenadas.

Uma característica importante da geometria analítica apresenta-se na definição de formas geométricas de modo numérico, extraindo dados informativos da representação. Com base nesses estudos, a Matemática passa a ser vista como uma disciplina moderna, capaz de explicar e demonstrar situações relacionadas ao espaço. As noções intuitivas de vetores começam a ser exploradas de forma contundente na busca por resultados numéricos que expressem as ideias da união da geometria com a álgebra.

METODOLOGIA DE ENSINO

Nesta oficina discutiremos situações-problemas do Enem que envolvem geometria analítica, abordando conceitos e propriedades da mesma. Selecionamos algumas questões das oito ultimas provas do Enem que envolvam o tema proposto. Esses problemas visam fazer com que o aluno pense nos conceitos que já sabe e o que é necessário para chegar à solução. Em seguida entregaremos a cada aluno uma folha contendo todas as questões, neste momento pediremos que façam a leitura das questões individualmente.

Após a leitura individual dividiremos a turma em 2 grupos, para que juntos possam ler e discutir cada problema. Terminadas as resoluções, perguntaremos aos alunos se alguém chegou à solução e se sim, poderia compartilhar com a turma, caso ninguém consiga iremos à lousa, e juntos construiremos a resolução de tais.

Depois de todas as discussões a cerca do problema, faremos a formalização do conteúdo, apresentando suas soluções corretas e estruturadas na lousa.

Em cada uma das questões citadas abaixo, adotaremos a sequência didática abordada por Allevato e Onuchic (2009) que remete a como trabalhar uma situação problema com o aluno em sala de aula, sendo este o roteiro.

- **Preparação do Problema**: Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.
- **Leitura individual:** Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- **Leitura em conjunto:** Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, havendo alguma dificuldade de compreensão ou palavras desconhecidas, o professor pode auxiliar nessa compreensão;
- **Resolução do problema:** A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.
- **Observar e incentivar:** Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo.
- **Registro das resoluções na lousa:** Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções.
- **Plenária**: são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas.
- **Busca do consenso:** Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um

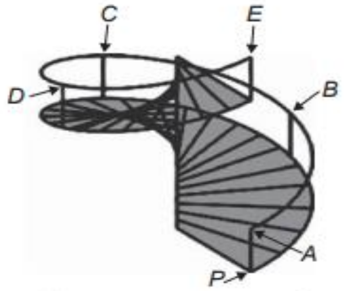
consenso sobre o resultado correto.

- **Formalização do conteúdo:** o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema.

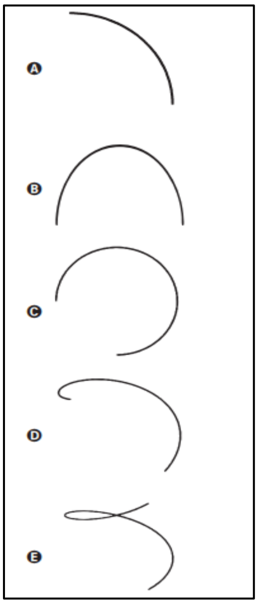
Segue abaixo as situações-problemas selecionadas:

Figura 1 – Problema 1

O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E* sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos *P*, *A* e *E* estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto *A* até o ponto *D*.



A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:



Fonte: Inep, 2014 – adaptada.

Nesta situação-problema, o objetivo é que o participante coloque em prática seus conceitos a cerca de projeção ortogonal, para tal é descrito determinada situação e uma imagem representativa, a partir de então, este deverá indentificar qual das opções melhor se adapta à proposta. Além disso, busca-se torna-los críticos e analíticos em relação a problemas de multipla escolha.

No problema 2, apresentado a seguir, busca-se colocar em prática os conhecimentos relacionados á probabilidade, que neste caso, está em encontrar um trajeto que não tenha engarrafamento ao deslocar-se de uma cidade a outra, como pode ser verificado a seguir:

Figura 2 – problema 2

A figura I abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada. Assim, há uma probabilidade de 30% de se pegar engarrafamento no deslocamento do ponto C ao o ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3. Essas probabilidades são independentes umas das outras.

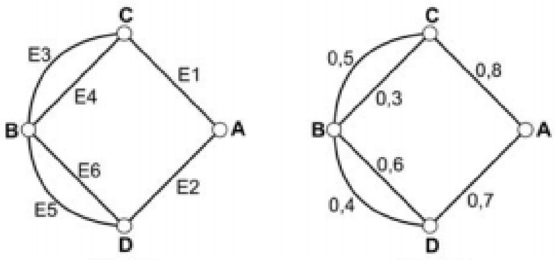


Figura I Figura II

Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível.

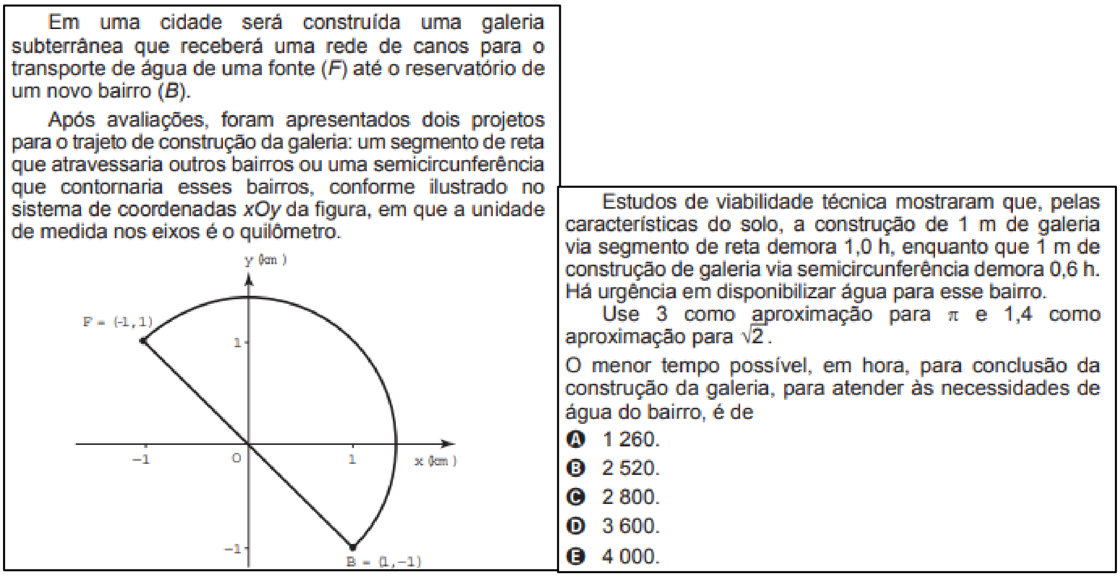
O melhor trajeto para Paula é

Fonte: Inep, 2010 – adaptada.

Neste problema a interpretação dos dados, e a forma como se iniciará o processo de resolução, permitem caminhos longos ou curtos, facilitando ou dificultando o processo de resolução. Dessa seção, este exige um pouco mais de análise por parte dos participantes, pois é fundamental que este tenha conhecimentos de probabilidade, caso contrário, dificilmente se encontraria uma resolução.

Na situação-problema 3, deseja-se construir uma galeria que fornecerá futuramente água para um determinado bairro, para isso, é apresentado um modelo de projeto, e busca-se encontrar o menor tempo possível de construção do mesmo, de forma que atenda as demandar de água desse bairro. Tal situação pode ser verificada a seguir:

Figura 3 – problema 3.



Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (*F*) até o reservatório de um novo bairro (*B*).

Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas *xOy* da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.

Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto que 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

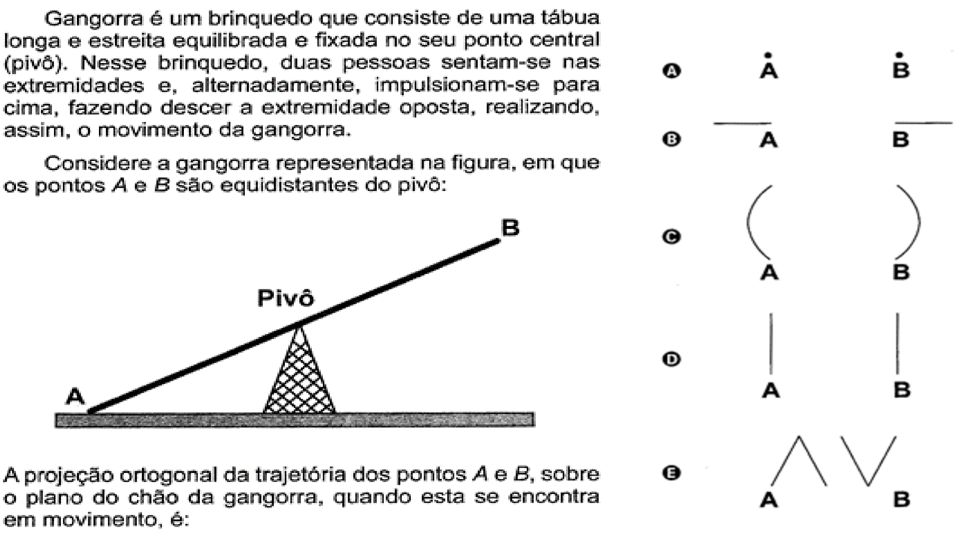
A) 1 260.
B) 2 520.
C) 2 800.
D) 3 600.
E) 4 000.

Fonte: Inep, 2016 – adaptada.

Esta situação-problema, requer minuciosa análise dos dados apresentados para que o participante retire apenas as informações relevantes, e que o mesmo, utilize as propriedades de curcunferência como recurso na busca por uma solução.

No problema 4, apresentado a seguir, com o objetivo de reforçar os conhecimentos referentes a projeção ortogonal, trouxemos uma nova situação em há a imagem de uma gangorra, e o participante deve identificar de acordo com a descrição dos dados, qual opção melhor representa tal proposta, como pode ser verificado a seguir:

Figura 4 – problema 4



Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos *A* e *B* são equidistantes do pivô:

A projeção ortogonal da trajetória dos pontos *A* e *B*, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

Fonte: Inep, 2013 – adaptada.

Neste problema esperamos que todos os colaboradores consigam encontrar a resposta correta, uma vez que este tema já fora trabalhado em situações anteriores, visto que é apenas necessário análise já que não se faz uso de cálculos.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A avaliação será de forma processual e continua, sendo realizada em cada momento por meio da observação do participante e seu envolvimento com a tarefa, a capacidade de ler, interpretar e escrever problemas relacionados a geometria. Será recolhida a folha de cálculo de cada um destes alunos, para que possamos analisar minunciosamente o passo a passo que estes traçaram para se chegar à solução. Também serão avaliados suas atitudes, a participação, o interesse, a comunicação oral e escrita, o confronto e a defesa de ideias de cada um e o êxito em aplicar tais conhecimentos em problemas.

Destacamos aqui, que serão observados para a avaliação o desenvolvimento e a resolução de problemas nas situações que explorem a identificação de conceitos de geometria analítica. E que essas informações e observações serão utilizadas para análise e coleta de dados.

RECURSOS DIDÁTICOS

Quadro, pincel atômico, computador, retroprojetor**.**

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM, n.55, 2009.

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

- ONUCHIC, L. R. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. In: Seminário de Resolução de Problemas,2008 Rio Claro. **Anais eletrônicos**...Rio Claro; GTERP,2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf > Acesso em: 5 de junho de 2018.

- PONTE, J.P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.