

CLEUSA XAVIER CAMPOS; MISAEL DE ALMEIDA BORGES

**DESCOBRINDO MATEMÁTICA NA ARTE:
INVESTIGANDO AS OBRAS DE ESCHER NO CONTEXTO DA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais - *Campus* São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciados em Matemática.

Orientadora: Profa. Me. Jossara B.S. Bicalho

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2017

FICHA CATALOGRÁFICA

C172d Campos, Cleusa Xavier; Borges, Misael de Almeida.
2018

Descobrimo a Matemática na Arte: investigando as obras de Escher no contexto da educação de jovens e adultos./ Cleusa Xavier Campos; Misael de Almeida Borges. – 2018.
53f. ; il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2018.

Orientadora: Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho.

1. EJA. 2. Matemática e Arte. 3. PIBID. I. Campos, Cleusa Xavier. II. Borges, Misael de Almeida. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. IV. Título.

CDD 374.7

Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais
Campus São João Evangelista

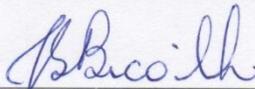
Bibliotecária Responsável: Rejane Valéria Santos – CRB-6/2907

**DESCOBRINDO MATEMÁTICA NA ARTE:
INVESTIGANDO AS OBRAS DE ESCHER NO CONTEXTO DA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto Federal de
Minas Gerais - *Campus* São João
Evangelista como exigência
parcial para obtenção do título de
Licenciados em Matemática.

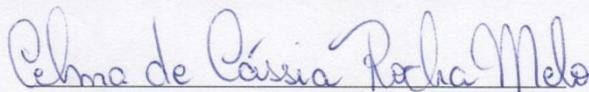
Aprovada em...13 / 12 / 2017

BANCA EXAMINADORA



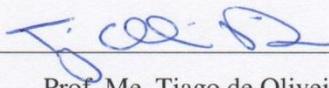
Orientador Prof. Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* São João Evangelista.



Prof.^a Dra. Celma de Cássia Rocha Melo

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* São João Evangelista.



Prof. Me. Tiago de Oliveira Dias

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* São João Evangelista.

AGRADECIMENTOS

Eu, Cleusa, agradeço a Deus por ter me conduzido nesta longa caminhada; à minha mãe, Antônia, *in memoriam*, por ter me incentivado a iniciar um curso superior; ao meu pai, José, pelo apoio e estímulo; à minha irmã, Idelza por todo seu suporte e auxílio financeiro; ao meu irmão, Estelino, pela amizade e companheirismo nos momentos difíceis; aos meus tios, Ilton e Atélia, por todo carinho e acolhimento e a todas as pessoas especiais que me ampararam, fortalecendo-me. Agradeço à Profª. Me. Jossara Bazílio de Souza Bicalho por ter enobrecido, com seus vastos conhecimentos, o desenvolvimento da pesquisa do tema “Matemática e Arte”; além de excelente orientadora, foi uma “mãe”, motivando-me a superar todos os obstáculos que se apresentavam, contribuindo para tornar esse “sonho” cada dia mais próximo. Agradeço ao Prof. Dr. José Fernandes da Silva, pelas orientações qualificadas durante todo o período do curso.

Eu, Misael, agradeço aos meus pais, Valmir e Ângela, que me deram a educação adequada. À minha colega Cleusa, pelo convite para participar desta pesquisa. Sem ela não teria sido possível. À nossa orientadora, Jossara, pelo imenso trabalho realizado.

Nós agradecemos a Deus, que nos concedeu forças e ânimo para não desanimarmos. A todos os amigos e colegas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista (IFMG/SJE). A esta instituição, seu corpo docente, direção e servidores. Aos professores, alunos, direção e funcionários da E. E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, pelo acolhimento da proposta da pesquisa. Um agradecimento especial aos estudantes do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), pela valiosa participação e envolvimento no trabalho. E aos nossos verdadeiros amigos, aqueles que estiveram ao nosso lado, em todos os momentos desta trajetória.

“Nãõ há saber mais ou saber menos: há saberes diferentes.” (FREIRE; 2005, p.68).

RESUMO

O presente trabalho pretende apresentar os resultados de uma pesquisa, de cunho qualitativo, realizada no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O objetivo geral desta pesquisa foi, a partir do desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar com Artes, em aulas de Matemática na Educação de Jovens e Adultos, investigar as possibilidades dessa abordagem ser eficiente no ensino de Geometria, através da observação e reprodução de obras do artista holandês *Maurits Cornelius Escher*. Realizou-se uma revisão bibliográfica sobre os temas relevantes à pesquisa, quais sejam: vida e obra de *Escher*; o conteúdo de Artes Visuais no Currículo da Educação Básica; as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Matemática; as potencialidades do trabalho nas aulas de Matemática com obras de Artes Visuais, numa perspectiva interdisciplinar e o papel da escola e do professor, particularmente o de Matemática, no processo de promoção de uma educação científica mais humana e cidadã. Foi realizada uma pesquisa de campo, com aplicação de questionário, observação e coleta de dados a partir de atividades realizadas por 28 alunos do 1º ano da EJA da E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, no município de Peçanha, Minas Gerais. A pesquisa apontou a viabilidade de promover um processo de ensino-aprendizagem de geometria através de obras de Arte, tendo ficado evidente aos pesquisadores o potencial matemático que há nas obras de Escher.

Palavras-chave: EJA. Matemática e Arte. PIBID.

ABSTRACT

The present work intends to present the results of a qualitative research carried out within the scope of the Institutional Program of Initiatives for Teaching (PIBID), of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES). The general objective of this research was, from the development of an interdisciplinary work with Arts, in Mathematics classes in the Education of Young and Adults, to investigate the possibilities of this approach to be efficient in the teaching of Geometry through the observation and reproduction of works of the artist holandês Maurits Cornelius Escher. A literature review was carried out on the themes relevant to the research, namely: life and work of Escher; the content of Visual Arts in the Curriculum of Basic Education; difficulties in the teaching and learning process of mathematics; the potential of work in Mathematics classes with works of Visual Arts, in an interdisciplinary perspective and the role of the school and the teacher, particularly Mathematics, in the process of promoting a more humane and citizen scientific education. A field survey was carried out, with questionnaire application, observation and data collection from activities carried out by 28 students from the 1st year of the EJA from E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, in the municipality of Peçanha, Minas Gerais. The research pointed to the feasibility of promoting a teaching-learning process of geometry through works of art, and researchers were able to see the mathematical potential of Escher's works.

Keywords: EJA. Mathematics and Art. PIBID.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Escher, em Roma, Itália, 1930	16
Figura 2 – Desenhando no Ensino Médio	17
Figura 3 – Metamorfose I, de 1937.....	18
Figura 4 – Estudos de Pólya sobre a pavimentação do plano	19
Figura 5 – Estudos de Escher, sobre a pavimentação do plano.....	20
Figura 6 – Questionário Virtual	23
Figura 7 – Aplicação do questionário virtual.....	24
Figura 8 – Visita ao laboratório de informática do IFMG/SJE	27
Figura 9 – Apresentação: obras de Escher e a técnica de pavimentação do plano	29
Figura 10 – Ladrilho obtido a partir de quadrado, com rotação sobre o vértice	30
Figura 11 – Trabalho de aluno 1: técnica “rotação sobre vértice”	30
Figura 12 – Molde obtido de translação	31
Figura 13 – Trabalho de aluno 2: técnica “translação”	31
Figura 14 – Molde por translação	31
Figura 15 – Trabalho de aluno 3: técnica “translação”	32
Figura 16 – Molde e trabalho a partir de triângulo equilátero	32
Figura 17 – Obras “Lagarto” e “Répteis II”, da esquerda para a direita.....	33
Figura 18 - Lagarto obtido de hexágono regular.....	33
Figura 19 – Trabalho de aluno 4: releitura de obras de Escher.....	34
Figura 20 – Trabalho de aluno 5: efeito 3D.....	34
Figura 21 – Técnica para obtenção de efeito 3D.....	34
Figura 22 - Reprodução, por Cleusa Campos, da obra Square Limit, de 1964	35
Figura 23 - Oficinas: cobrindo o plano e iniciando a pintura.....	36
Figura 24 – Oficinas: etapa da pintura dos esboços	36
Figura 25 – Pintando no escuro	37
Figura 26 – Convite para a exposição dos trabalhos	38
Figura 27 – Exposição e visitação.....	38
Figura 28 – “Artistas” e obras 1.....	39
Figura 29 – “Artistas” e obras 2.....	39
Figura 30 – Respostas às questões 3 e 4 do EVA	40
Figura 31 - Autora de seis trabalhos e seu depoimento numa rede social.....	42
Figura 32 - Aluna da EJA e seu trabalho a partir das obras de Escher	43
Figura 33 - Oficinas realizadas na Semana da Matemática	45

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Questionário: pergunta 15	25
Gráfico 2 – Questionário: pergunta 24	25

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNE	Conselho Nacional de Educação
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IFMG/SJE	Instituto Federal de Minas Gerais – <i>Campus</i> São João Evangelista
MG	Minas Gerais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
SEEMG	Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 REVISÃO DE LITERATURA	14
2.1 Currículo de Arte na Educação Básica	14
2.2 A inter-relação Matemática e Arte e a obra de Escher	15
2.3 Vida e obra de Escher	16
2.4 Desafios no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.....	20
3 METODOLOGIA	23
3.1 Aplicação do questionário virtual.....	23
3.2 Visita ao IFMG SJE	26
3.3 Desenvolvendo o projeto na escola	28
3.3.1 Oficinas de esboço e pintura, com as técnicas de transformações geométricas ...	29
3.3.2 Exposição dos trabalhos: a Vernissage	37
3.3.3 Exercício de Verificação de Aprendizagem (EVA)	40
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
4.1 Sobre a utilização e manutenção do Laboratório de Informática	41
4.2 Sobre o processo de inclusão sócio educacional	41
4.3 Sobre a Arte como motivação para aprender Matemática	42
4.4 Sobre a Matemática presente na Arte de Escher	43
4.5 Sobre os frutos da pesquisa: oficinas com todas as turmas da E.E. Dr. Antônio ...	44
5 CONCLUSÕES	46
REFERÊNCIAS.....	47
APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	49
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO	50
APÊNDICE C – EXERCÍCIO DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM	52

1 INTRODUÇÃO

O filósofo Rubem Alves (1933-2014), mineiro de Boa Esperança, em sua forma peculiar de ver o mundo e analisar a educação, um dia, afirmou:

Se eu fosse ensinar a uma criança a arte da jardinagem, não começaria com as lições das pás, enxadas e tesouras de podar. Eu a levaria a passear por parques e jardins, mostraria flores e árvores, falaria sobre suas maravilhas e simetrias e perfumes;... aí, seduzida pela beleza do jardim, ela me pediria para ensinar-lhe as lições das pás, enxadas e tesouras de podar (...). A experiência da beleza tem de vir antes. (ALVES, 2008, p.103).

O professor Luiz Barco, da UNICAMP, na série “Arte e Matemática”, produzida pela TV Escola, discorre sobre a beleza da Matemática e da Arte:

Toda vez que você contempla uma obra de arte, lê um poema, ou conta para alguém uma história, mentalmente, você faz Matemática da melhor qualidade [...] Matemática é, sobretudo, resolver logicamente os quebra-cabeças que a natureza nos impõe e que os artistas pintam, os músicos fazem som, os matemáticos dão respostas lógicas e coerentes... todas elas permeadas por algo que faz bem ao coração: pela estética. Fazer Arte, fazer Matemática, é, sobretudo, responder esteticamente aos quebra-cabeças que a natureza nos impõe. (TV ESCOLA, 2017).

Neste contexto, este trabalho propôs-se a explorar a Matemática presente em algumas obras do artista holandês *Maurits Cornelius Escher* (1898-1972), especialmente os conceitos geométricos que podem ser abordados a partir delas e desenvolver a descoberta do “belo”, da “estética”, presentes nas Artes, associados à Matemática. Carbonell (2012, p.30) relata que “uma pessoa pode ter inúmeros pontos de vista observando um quadro, uma escultura ou até mesmo um poema, pois uma arte é elaborada duas vezes: uma pelo autor e outra pelo intérprete.” Neste sentido, o universo das Artes Visuais, associado à Geometria, foi apresentado a uma turma de 28 alunos matriculados na primeira etapa do Ensino Médio, na modalidade Educação de Jovens e Adultos, na E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, parceira do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), na cidade de Peçanha, Minas Gerais (MG). A partir da observação de algumas obras do artista citado, empreendeu-se o estudo de alguns conceitos geométricos.

Ao relatar sobre a vida de Escher, Tjabbes (2014, p.13) afirma que ele construiu suas obras, mas não tinha conhecimento de que estava trabalhando matematicamente.

Só depois de seu irmão mais velho, Berend - professor de Geologia da Universidade de Leida, a mais antiga universidade dos Países Baixos - apontar os conteúdos matemáticos presentes no seu trabalho, especialmente o uso da técnica *Tesselation* (em português, Ladrilhamento), foi que Escher começou a se interessar verdadeiramente pela matemática, lidando com a Arte e a Matemática como uma coisa só. Talvez por isto ele seja considerado o artista do século XX que mais interagiu com os matemáticos e por isso suas obras de arte apresentam conceitos dessa área do conhecimento.

É possível trabalhar conceitos matemáticos do currículo da escola básica a partir de obras de Escher? De que forma o trabalho interdisciplinar envolvendo Matemática e Arte pode contribuir para a formação científica, humana e cidadã de alunos da EJA? Essas são as questões de pesquisa que se procurou responder durante o desenvolvimento deste trabalho.

Parte da pesquisa bibliográfica, executada no primeiro semestre de 2017, foi apresentada como um trabalho exposto na *IV Feira Regional de Matemática*, realizada no Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus São João Evangelista (IFMG/SJE)*, em 9 de junho de 2017, o que rendeu premiação *Destaque* no evento.

A pesquisa de campo, associada à pesquisa bibliográfica e documental, foi desenvolvida a partir da aplicação de questionário virtual, da realização de oficinas de exploração e investigação da geometria presente nas obras *Metamorfose II* (1940) e *Répteis* (1943). O ladrilhamento (ou pavimentação) do plano, através de transformações geométricas, e o cálculo de áreas de polígonos regulares ou não-regulares e de figuras não convencionais (tal como lagarto), através da ideia de conservação de área, foram os conceitos matemáticos explorados.

A principal motivação para esta pesquisa veio da experiência de uma das autoras deste trabalho, como bolsista do PIBID. No primeiro semestre de 2017, trabalhando com alunos de EJA, ouviu o depoimento de muitos deles sobre suas dificuldades em aprender Matemática e consequente desinteresse por essa disciplina escolar. Diante da aversão à Matemática testemunhada na escola, percebeu-se a necessidade de mostrar para os alunos que se pode encontrar “beleza” na Matemática. Assim, foram utilizadas obras do artista *Escher*, que na sua vida escolar, não era considerado um bom aluno em Matemática, mas que obteve um avanço significativo em suas obras quando passou a explorar as potencialidades artísticas dessa área do conhecimento.

O objetivo geral desta pesquisa foi, a partir do desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar com Artes, em aulas de Matemática na Educação de Jovens e Adultos,

investigar as possibilidades de essa abordagem ser eficiente no ensino de Matemática, e especificamente, de Geometria. Para alcançar o objetivo descrito, foram estabelecidos objetivos específicos, quais sejam:

- a) Apresentar e discutir, com alunos do EJA, sobre beleza e estética presentes nas Artes Visuais, através da observação das obras do artista *Escher*;
- b) Explorar, a partir das obras de *Escher*, os conceitos de transformações geométricas no plano: translação, reflexão e rotação;
- c) Diversificar o ambiente de aprendizagem nas aulas de Matemática, numa perspectiva interdisciplinar com Arte.

O relatório da pesquisa foi elaborado com a *Revisão de Literatura* logo após a *Introdução*, que perpassa a pesquisa sobre a vida e obra de *Escher*, bem como aspectos relacionados ao ensino de Arte e Matemática na EJA tais como: a presença do conteúdo de Artes Visuais no Currículo da Educação Básica; as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Matemática e as potencialidades do trabalho nas aulas de Matemática com obras de Artes Visuais, numa perspectiva interdisciplinar. Merecem destaque os estudos de Schattschneider (2010), que aprofundou sobre o lado matemático do artista; Freire (1996, 2005), D'Ambrósio (2003) e Fonseca (2002), por suas contribuições sobre o papel da escola e do professor, particularmente o de Matemática, no processo de promoção de uma Educação Inclusiva. Em seguida, a seção *Metodologia* apresenta os procedimentos e instrumentos utilizados na pesquisa, tais como a aplicação do questionário socioeconômico e a realização das oficinas com uma turma de 28 alunos da EJA. E por fim, a seção *Conclusão* traz as discussões dos pesquisadores a partir dos dados coletados e análise da participação dos alunos no trabalho desenvolvido.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão bibliográfica para o desenvolvimento deste trabalho perpassou a pesquisa sobre as orientações curriculares acerca do conteúdo de Artes Visuais na Educação Básica; as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, especialmente no contexto de exclusão de jovens e adultos; a Matemática presente nas obras de *Escher* e as potencialidades do trabalho nas aulas de Matemática com obras de Artes Visuais, numa perspectiva interdisciplinar e de Educação Matemática Inclusiva de Jovens e Adultos.

2.1 Currículo de Arte na Educação Básica

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento mais recente, ainda em construção, a ser aprovado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), sobre a organização curricular brasileira, já sinaliza orientações sobre a presença de Artes Visuais no Ensino Médio:

O componente curricular Artes Visuais compreende o fenômeno visual, seus processos e produtos artísticos e culturais, nos diferentes tempos históricos e contextos sociais, tendo o olhar como elemento de interlocução entre a criação e a recepção[...]. Sua presença no Ensino Médio é responsável por mobilizar, problematizar e ampliar o mundo dos sujeitos, enriquecendo seus imaginários e gerando conhecimentos que contribuem para a compreensão de si, dos outros e do universo em que estão imersos. As Artes Visuais oportunizam aos estudantes que experimentem múltiplas culturas visuais, dialoguem com as diferenças e conheçam outros espaços e possibilidades inventivas e expressivas, ampliando os limites escolares e criando novas formas de interações artísticas e de produção cultural, sejam elas concretas e/ou simbólicas. (BRASIL, 2016, p. 520).

Um dado curioso, levantado durante a pesquisa é que apesar da Resolução 2843/16 da Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais (SEEMG), que dispõe sobre a organização e funcionamento da EJA, o conteúdo de Arte está para ser ministrado em todas as etapas do Ensino Médio (MINAS GERAIS, 2016). Entretanto, na escola onde foi realizada a pesquisa, só o 3º ano conta com o professor de Arte. Mesmo assim, como não havia 3º ano de EJA na escola, o trabalho foi desenvolvido na turma do 1º ano, unicamente no contexto da disciplina de Matemática.

2.2 A inter-relação Matemática e Arte e a obra de Escher

Fainguelernt e Nunes (2007, 2009, 2010, 2012), em obras sobre a inter-relação entre Arte e Matemática, exploram atividades que pretendem possibilitar a transformação da sala de aula num espaço de criação, diálogo, reflexão, descobertas e construção de conhecimentos. Essas autoras buscam despertar o interesse dos alunos para a Matemática de forma lúdica e criativa, propondo o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio da Arte. Fazem um convite a alunos e professores a tecerem uma história com novos olhares e cores que pode nascer do casamento de duas importantes áreas: a Matemática e a Arte. “Com a Arte aprendemos Matemática e formamos cidadãos do mundo.” (FAINGUELERNT; NUNES, 2009).

A arte desenvolvida pelo artista gráfico holandês *Maurits Cornelis Escher* (1898-1972), que pela sua produção, talvez possa ser considerado um dos artistas do século XX que mais se utilizou da Matemática para fazer Arte, foi traduzida por Tajbes:

Escher era um gênio da imaginação lúdica e um artesão habilidoso nas artes gráficas, mas a chave para muitos dos seus efeitos surpreendentes é a matemática. Não a matemática dos números e das fórmulas, mas a geometria em todos os seus aspectos. Escher podia imaginar os efeitos fantásticos, mas a geometria era uma ferramenta necessária para capturar esses efeitos. (TAJBES, 2011, p.13).

O próprio Escher, citado por Tajbes define sua obra

Nas minhas gravuras eu tento mostrar que vivemos em um mundo belo e ordenado, e não em um caos sem regras... Eu não consigo deixar de brincar com as nossas certezas estabelecidas. Tenho grande prazer, por exemplo, em confundir deliberadamente a segunda e a terceira dimensão, plana e espacial, e ignorar a gravidade”. (ESCHER apud TAJBES, 2011, p.11).

Em 1960, o artista escreveu: “Embora eu seja absolutamente leigo nas ciências exatas, muitas vezes eu pareço ter mais em comum com matemáticos do que com os meus colegas artistas.” (SCHATTSCHEIDER, D., 2010, p. 717, tradução nossa).¹ E ainda sobre o artista:

Embora ele tenha lutado contra a matemática na escola básica, quando ele se tornou um artista gráfico, foi levado a buscar pesquisas em matemática, aprender novas ideias geométricas, descrever conceitos matemáticos e

¹ Although I am absolutely innocent of training or knowledge in the exact sciences, I often seem to have more in common with mathematicians than with my fellow artists.

levantar questões matemáticas. Ele não poderia ter imaginado o escopo de influência que seu trabalho teria para a comunidade científica. (SCHATTSCHEIDER, D.; 2010, p. 717, tradução nossa).²

2.3 Vida e obra de Escher³

O artista holandês *Maurits Cornelius Escher* (figura 1) nasceu em Leeuwarden, em 17 de junho de 1898 e faleceu em 27 de março de 1972 (73 anos). Filho caçula de um engenheiro civil, ele era uma criança doente e foi colocado em uma escola de educação especial. Seu desempenho nas disciplinas escolares era baixo, principalmente nas aulas de Matemática, mas suas notas em Arte eram sempre boas.

Figura 1 - Escher, em Roma, Itália, 1930



Fonte: The Official M.C. Escher Website (2017).

Escher foi um artista gráfico conhecido por suas ilustrações que tendem a representar construções impossíveis, preenchimento regular do plano, explorações do

² Although he has struggled with mathematics as a school student, When he became a graphic artist, he was led to pursue mathematics research, learn new geometric ideas, describe mathematical concepts and raises mathematical questions. He could not have imagined the scope of influence that their work would have on the scientific community.

³ As informações sobre a vida de Escher, apresentadas nesta seção, foram adaptadas do site oficial do artista: <http://www.mcescher.com>. Acesso em: 19 set. 2017.

infinito e metamorfoses (I, II e III), um padrão geométrico entrecruzado que se transforma gradualmente para formas completamente diferentes. Ficou reconhecido pela execução de transformações geométricas e construiu 448 litografias e mais de 2000 desenhos e esboços, livros e tapeçarias desenhadas. Como alguns de seus famosos predecessores - Michelangelo, Leonardo da Vinci, Dürer e Holbein - Escher era canhoto. No Ensino Médio, ele fez um desenho durante uma aula de Arte (figura 2) e seu professor, Samuel Jessuru, vendo os detalhes do esboço, o incentivou a continuar os estudos em Artes Gráficas.

Figura 2 – Desenhando no Ensino Médio



Fonte: The Official M.C. Escher Website (2017).

Com um desempenho ruim no Ensino Médio, especialmente em Matemática, em 1919 Escher foi matriculado na *Escola de Arquitetura e Artes Decorativas de Haarlem*. Com o tempo, decidiu dar continuidade somente no curso de Artes Decorativas.

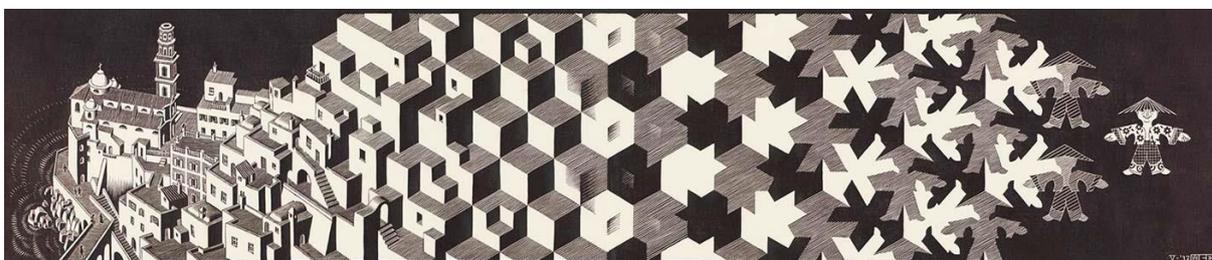
Ao terminar seus estudos, em 1922, ele viajou pela Itália e Espanha, em busca de inspiração para seu trabalho. Durante estas viagens, se encantou com os mosaicos existentes nestes países: as figuras repetiam em formas geométricas. Estas observações foram ponto de partida para suas gravuras famosas.

Numa entrevista gravada e veiculada no *site* oficial do artista, seu filho George afirma que o pai buscava inspiração em árvores, telhados, casas, azulejos, etc. Tudo que ele via em formato diferente, registrava e mostrava aos filhos. O domingo era seu dia favorito, quando saía com a família para observar paisagens, visitar museus e pontos turísticos da cidade. George relata que quando Escher acordava com alguma ideia, ele não escrevia a ideia, ele a desenhava para não esquecer. Ele sempre se trancava em um escritório para não ser interrompido por ninguém, e seus filhos nem podiam passar por perto. E ele não deixava ninguém ver suas obras enquanto ele não terminava.

Em suas viagens, Escher sempre preenchia um portfólio com esboços de paisagens e detalhes de edifícios e sempre maravilhado com as riquezas da decoração em azulejos, pois fazia referência à arte geométrica. Na obra *Metamorfose I* (figura 3), de 1937, o artista transforma edifícios em cubos e cubos em figuras planas. Escher brincava com a representação do espaço, tridimensional, num plano bidimensional, como a folha de papel.

Foi considerado um grande matemático geométrico e sempre trabalhava com a combinação de translações, rotações e reflexões: transformações isométricas no plano.

Figura 3 – Metamorfose I, de 1937



Fonte: The Official M.C. Escher Website (2017).

A partir de uma malha de polígonos, regulares ou não, Escher fazia mudanças, mas sem alterar a área do polígono original. Assim surgiam figuras de homens, peixes, aves, lagartos, etc.

Escher um dia confessou:

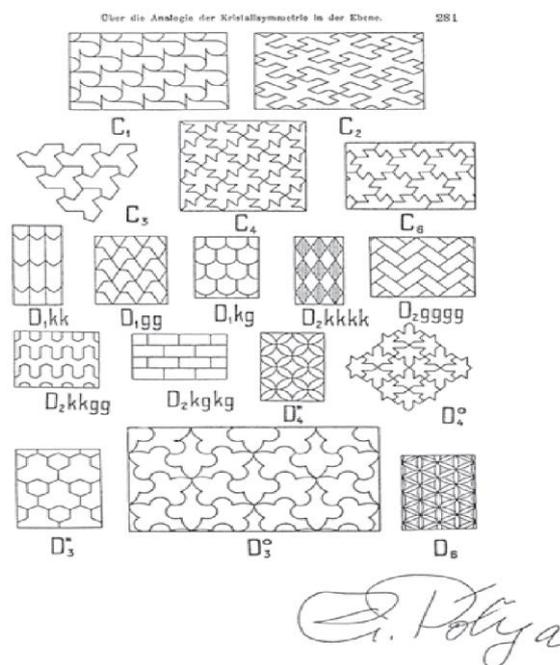
Eu era um aluno extremamente medíocre em aritmética e álgebra, e ainda tenho grande dificuldade com as abstrações de figuras e letras. Eu fui um pouco melhor em geometria sólida porque apelava para minha imaginação, mas mesmo nesse assunto eu nunca me destaquei na escola. (BOOL et al. 1992 apud SCHATTSCHEIDER, D.; 2010, p. 706, tradução nossa).⁴

Ao relatar sobre a vida de Escher, Tjabbes (2014, p.13) afirma que ele construiu suas obras, mas não tinha conhecimento de que estava trabalhando matematicamente. Só depois que seu irmão mais velho, Berend, professor de Geologia na Universidade de Leida, a mais antiga universidade dos Países Baixos, apontou os conteúdos matemáticos presentes no seu trabalho, especialmente o uso da técnica *Tessellation* (em português,

⁴ I was an extremely poor pupil in arithmetic and algebra, and I still have great difficulty with the abstractions of figures and letters. I was slightly better at solid geometry because it appealed to my imagination, but even in that subject I never excelled at school.

ladrilhamento ou pavimentação), foi que Escher começou a se interessar verdadeiramente pela matemática, lidando com a Arte e a Matemática como uma coisa só. Berend enviou a Escher vários textos de pesquisadores matemáticos, que considerou poderem ser úteis para o desenvolvimento do trabalho do irmão. Dentre eles, o de Pólya foi um dos que chamou mais a atenção do artista. Na figura 4, uma das ilustrações presentes no artigo de Pólya.

Figura 4 – Estudos de Pólya sobre a pavimentação do plano



Fonte: SCHATTSCHEIDER (2010, p. 706)

A partir do artigo de Pólya, que explorava a cobertura do plano com figuras geométricas, Escher reproduziu as figuras do matemático e iniciou o estudo de cada uma delas. Ele passou a explorar os conceitos da transformação de figuras geométricas. “As únicas isometrias que Escher conseguiu mapear de um azulejo para um azulejo adjacente foram translações, rotações e reflexões”.⁵ (SCHATTSCHEIDER, D.; 2010, p.708, tradução nossa).

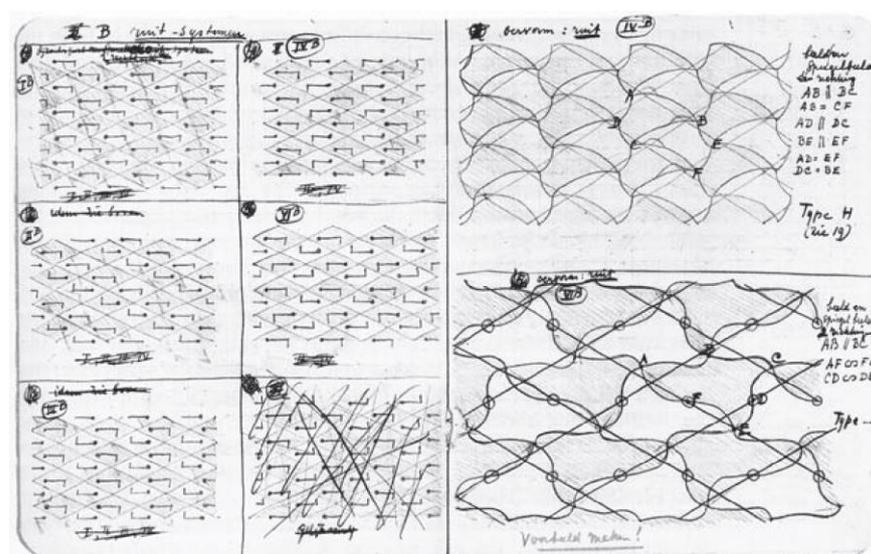
Entusiasmado com o resultado das contribuições do artigo de Pólya, Escher escreveu ao matemático para agradecê-lo e o indagou se não teria um livro escrito para leigos, ao que Pólya respondeu “não”. Com isso, Escher, no ano de 1937, fez uma

⁵ The only isometries that Escher allowed in order to map a tile to an adjacent tile were translations, rotations, and glide-reflections.

pesquisa matemática, com base no artigo de Pólya e realizou uma discussão sobre reflexão e rotação (figura 5).

A partir daí, Escher continuou pesquisando, interagindo e inspirando cientistas e matemáticos.

Figura 5 – Estudos de Escher, sobre a pavimentação do plano



Fonte: SCHATTSCHEIDER (2010, p. 709)

2.4 Desafios no processo de ensino-aprendizagem de Matemática

Sobre a dificuldade com a aprendizagem em Matemática, Viecili (2016, p.14) relata que foi convidada a elaborar um projeto com o tema *Matemática: um “bicho-de-sete-cabeças”*, envolvendo turmas de 8ª série⁶ e Ensino Médio, que consistia numa pesquisa entre os alunos sobre suas dificuldades na construção do conhecimento matemático. Tamanho foi o êxito obtido no projeto, que lhe rendeu uma premiação numa Feira Estadual de Matemática do Rio Grande do Sul. Ela ressalta que,

Não se pode negar que a Matemática representa um entrave imenso para um número significativo de alunos... Basta observar as referências feitas à disciplina: “odeio Matemática”, “tenho verdadeiro pavor da Matemática”, “a ciência dos números é assustadora”, “a Matemática é o terror dos jovens, adultos e crianças” e outros tantos pronunciamentos. (VIECILI, 2006, p.14).

⁶ Atualmente, o termo equivalente utilizado é 9º ano.

Em sua pesquisa de mestrado, curiosamente intitulada *...A minha vida seria muito diferente se não fosse a matemática...: o sentido e os significados do ensino de Matemática em processos de exclusão e de inclusão escolar e social na Educação de Jovens e Adultos*, Rodrigues (2006) procura investigar sobre a participação da Matemática no processo de exclusão do aluno na Educação Básica regular, que retoma os estudos na modalidade EJA.

Os jovens e adultos originados deste contexto, que estudam nessa escola, vivenciaram uma trajetória escolar marcada por impedimentos de estudar, reprovações e interrupções escolares que os impediram de concluir o Ensino Fundamental. Por essas razões, me propus investigar para conhecer, no âmbito do ensino da Matemática, elementos que acabam por incidir na sua (re)exclusão escolar, um fenômeno que retroalimenta o processo inevitável de exclusão social desses alunos. (RODRIGUES, 2006, p.22).

Segundo Freire, o professor precisa ter uma visão de como trabalhar com alunos para que eles possam se sentir interessados pela aprendizagem de qualquer tema.

Como professor, se minha opção é progressista e venho sendo coerente com ela, se não me posso permitir a ingenuidade de pensar-me igual ao educando, de desconhecer a especificidade da tarefa do professor, não posso, por outro lado, negar que o meu papel fundamental é contribuir positivamente para que o educando vá sendo o artífice de sua formação com a ajuda necessária do educador ... se trabalho com jovens ou adultos, não menos atento devo estar com relação a que o meu trabalho possa significar como estímulo ou não à ruptura necessária com algo defeituosamente assentado e à espera de superação. O meu papel, ao contrário, é o de quem testemunha o direito de comparar, de escolher, de romper, de decidir e estimular a assunção deste direito por parte dos educandos. (FREIRE, P.; 1996, p. 68-69).

E aprofunda a discussão sobre a relação a ser estabelecida entre o professor e o aluno, no processo de ensino-aprendizagem, em qualquer área.

Sou tão melhor professor, então, quanto mais eficazmente consiga provocar o educando no sentido de que prepare ou refine sua curiosidade... Na verdade, meu papel como professor, ao ensinar o conteúdo a ou b, não é apenas o de me esforçar para, com clareza máxima, descrever a substantividade do conteúdo para que o aluno o fixe... É por isso, repito, que ensinar não é transferir conteúdo a ninguém, assim como aprender não é memorizar o perfil do conteúdo transferido no discurso vertical do professor. Ensinar e aprender têm que ver com o esforço metodicamente crítico do professor de desvelar a compreensão de algo e com o empenho igualmente crítico do aluno de ir entrando como sujeito em aprendizagem, no processo de desvelamento que o professor ou professora deve deflagrar. (FREIRE, p.; 1996, p. 115-116).

Em Tomaz e David (2008), buscaram-se respostas para as questões: “como lidar com a interdisciplinaridade no ensino da Matemática e de que forma o professor pode criar um ambiente favorável que o ajude a perceber o que e como seus alunos aprendem.” As autoras mencionam que os benefícios de um trabalho interdisciplinar é a compreensão de que a Matemática está sendo chamada a engajar-se na crescente preocupação com a formação integral do aluno como cidadão, o que chama a atenção para a necessidade de tratar o ensino da disciplina levando-se em conta a complexidade do contexto social e a riqueza da visão interdisciplinar na relação entre ensino e aprendizagem, sem deixar de lado os desafios e as dificuldades dessa prática.

3 METODOLOGIA

A metodologia trabalhada foi a pesquisa qualitativa, uma tendência nos estudos realizados em Educação Matemática, influenciados pela Antropologia, Sociologia, e outros ramos das Ciências Sociais (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 5). Foi realizada uma revisão bibliográfica sobre os temas relevantes à pesquisa e uma pesquisa de campo.

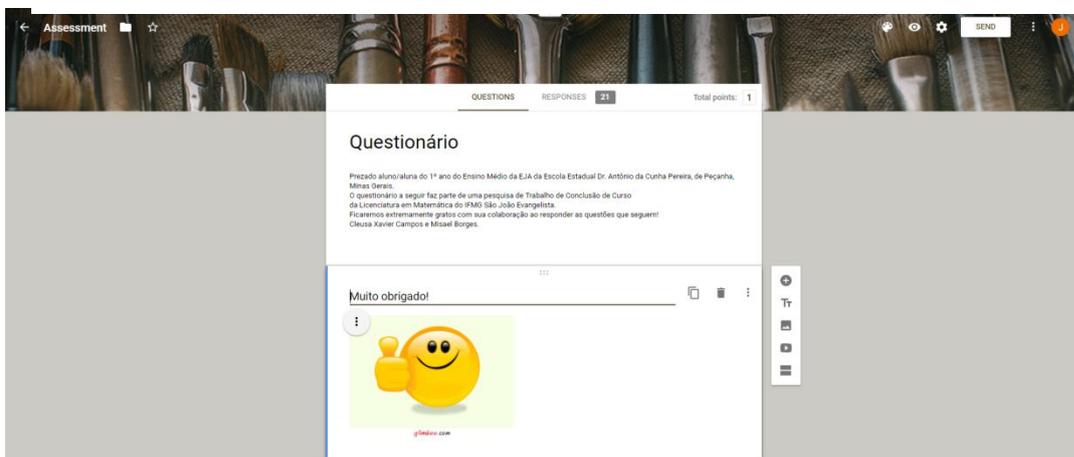
A pesquisa de campo, acordada com a direção da escola e a professora de Matemática, foi realizada em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, com 28 alunos da EJA, na E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, na cidade de Peçanha, Minas Gerais, parceira no PIBID.

A coleta de dados, a partir da pesquisa de campo, foi através de questionário, observação e análise documental das produções dos alunos, a fim de responder às questões de pesquisa.

3.1 Aplicação do questionário virtual

Foi aplicado aos alunos do 1º ano EJA da EE Dr. Antônio da Cunha Pereira, município de Peçanha, Minas Gerais, no dia 26 de agosto de 2017, um questionário virtual, ilustrado na figura 6 e cujo roteiro completo está disponível no apêndice B. Este levantamento inicial teve como objetivo levantar o perfil socioeconômico dos alunos e identificar as dificuldades enfrentadas por eles para estarem nas aulas todos os dias e quais suas perspectivas após a conclusão do Ensino Médio.

Figura 6 – Questionário Virtual



Fonte: Elaborado pelos autores.

A pesquisa foi realizada no laboratório de informática da escola, com 21 alunos (figura 7). Como apenas cinco computadores estavam funcionando, os alunos foram divididos em grupos para realizarem a atividade de responder às perguntas diretamente no computador. Foi constatado que 61,9% da turma é do sexo feminino, e 38,1% do sexo masculino. Há na turma quatro gerações, variando a idade entre 18 e 43 anos. A maioria é de solteiros, porém têm filhos. Eles são todos naturais de Peçanha e só 4,8% moram em uma cidade vizinha chamada Cantagalo. Os alunos trabalham entre 6 e 12 horas por dia e 47,6% recebem menos que um salário mínimo, 23,81% recebem mais que 937 reais e 28,6% recebem 937,00.

Foi constatado que há alunos que entraram na escola aos 4 anos de idade e outros que entraram com 8 anos e o abandono escolar aconteceu dos 10 anos aos 17 anos, sendo os motivos: trabalho, gravidez, mudança de cidade, e falta de oportunidade. Houve alunos que relataram que abandonaram os estudos por nenhum motivo, mas que depois se arrependeram, pois perderam oportunidade de emprego. O intervalo de tempo dos alunos fora da escola foi de 4 a 29 anos, e eles só voltaram a estudar motivados pela possibilidade de conseguirem um emprego melhor ou por terem perdido o emprego por não terem o Ensino Médio. Entre as alunas do sexo feminino, algumas admitiram que querem fazer cursos para trabalhar em empregos melhores pois sofrem muitos preconceitos com sua atual ocupação: empregada doméstica.

Figura 7 – Aplicação do questionário virtual



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

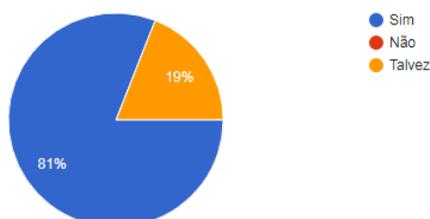
Muitos enfrentam dificuldades para estarem presentes nas aulas todos os dias, e as dificuldades citadas foram: trabalho, terem que deixar filhos com alguém, cansaço ou por morarem longe da escola. Mas disseram que vale a pena todo esforço por quererem realizar seus sonhos: a maioria da turma afirmou que pretendem fazer algum curso após o Ensino Médio (figura 8). E os cursos citados foram: Administração, Direito,

Engenharia, Informática, Técnico em Enfermagem, Física e Logística. O curso de Matemática não foi citado: a maioria da turma disse ter muita dificuldade na aprendizagem dessa disciplina.

Gráfico 1 – Questionário: pergunta 15

Pretende fazer algum curso depois de concluir o Ensino Médio?

21 responses



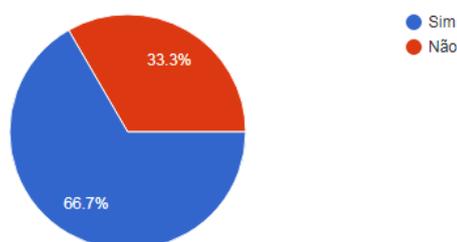
Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos afirmaram que gostam de Arte, mas nunca foram a um museu ou trabalharam com Arte. Diversos alunos concordaram que a Arte e a Matemática podem ter uma inter-relação, apesar de não terem clareza disto (figura 9). Outros afirmaram que acreditam que Matemática e Arte não têm nada em comum. A maioria dos alunos afirmou não conhecerem as obras do artista *M.C. Escher*, as quais seriam utilizadas para a realização das oficinas.

Gráfico 2 - Questionário: pergunta 24

Na sua opinião, tem como aprender Matemática em Artes?

21 responses



Fonte: Dados da pesquisa.

Todos afirmaram terem gostado de responder o questionário *on-line* e disseram que as perguntas foram interessantes. A turma relatou que nunca tinha entrado no

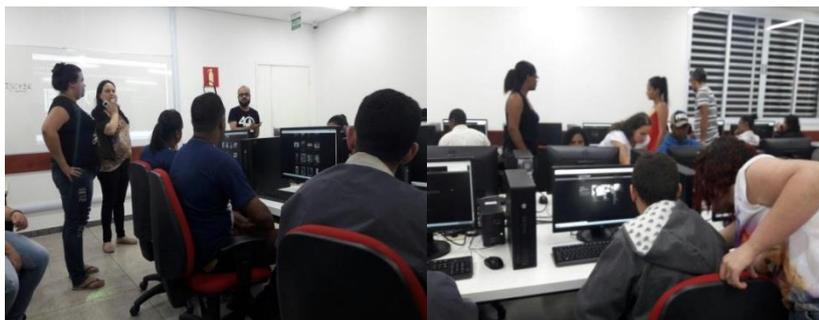
laboratório de informática da escola: aquela foi a primeira vez que eles tiveram acesso àquele espaço.

3.2 Visita ao IFMG SJE

Em uma apresentação do pré-projeto para a turma da Licenciatura em Matemática, LM141 nas aulas de Trabalho de Conclusão de Curso II - TCC II, quando se falou sobre o resultado da pesquisa virtual realizada na turma de EJA, sobre o relato dos alunos acerca de nunca terem tido acesso ao laboratório de informática da escola, o professor da disciplina sugeriu que, para um processo de inclusão, que fosse realizada uma visita com os alunos ao IFMG/SJE, para eles conhecerem toda a infraestrutura do *campus*: biblioteca, laboratórios de informática, salas de aula.

Na ocasião da visita ao laboratório de informática do prédio IV, foi desenvolvida uma atividade envolvendo a obra *Répteis II*, com o apoio da turma do curso de Licenciatura em Matemática LM 141, em horário da disciplina Prática Pedagógica VIII (Educação Matemática de Jovens e Adultos), ministrada pela orientadora da pesquisa.

Para a visita ao IFMG/SJE, contou-se com a colaboração da diretora da E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, Kátia Lopes e da prefeitura de Peçanha, e com o apoio do coordenador da Licenciatura em Matemática, professor José Fernandes e do Coordenador de Graduação e Pós-Graduação, professor Tiago Dias. Os alunos da EJA foram recebidos no IFMG/SJE pela orientadora desta pesquisa, professora Jossara Bicalho, sendo direcionados ao laboratório de informática, onde os alunos os licenciandos já os aguardavam, com os computadores todos ligados, para adiantar os trabalhos (figura 10).



Fonte: Arquivo dos pesquisadores

Antes de começar os trabalhos no computador, a aluna Cleusa Campos, uma das autoras deste trabalho, compartilhou com os presentes sua experiência enquanto aluna de EJA. Com a intenção de estimular os alunos da EJA a vislumbrarem a possibilidade de seguir nos estudos na Graduação após a conclusão do Ensino Médio, destacou que, apesar de ter enfrentado muitas dificuldades para chegar até o curso superior e concluí-lo, “tudo é possível em nossas vidas”. Durante o desenvolvimento das ações do PIBID na escola, sempre se ouvia dos alunos da EJA que eles queriam fazer um curso superior, mas não acreditavam que isso fosse possível por estarem cursando o Ensino Médio na modalidade EJA. Neste contexto, a aluna Cleusa Campos preparou uma palestra sobre todo o seu processo de formação escolar, desde os sete anos de idade até o ano de 2017, em vias de conclusão do curso superior. O relato teve como objetivo mostrar àqueles alunos que “nada é impossível e que eles podem sim ter uma formação em um curso superior”. Eles acharam interessante a história de vida da pesquisadora e logo ao fim da apresentação, uma aluna da EJA se pronunciou dizendo que ia seguir o seu exemplo e que não ia desistir de seus sonhos.

Encerrado o relato, os coordenadores da Licenciatura em Matemática e da Graduação e Pós-Graduação do IFMG/SJE foram até o laboratório de informática desejar boas-vindas aos alunos da EJA. A orientadora deste trabalho falou sobre o processo seletivo para acesso aos cursos superiores no IFMG. Alguns alunos fizeram perguntas, demonstrando interesse em ingressar na instituição. Depois da informação dada, passou-se às atividades nos computadores.

Inicialmente, foi proposta a realização da pesquisa no *site* oficial do Escher⁷ e os alunos se surpreenderam com as obras do artista. Depois, foi passado um *link*⁸ para

⁷ <http://www.mcescher.com/>

⁸ http://www.uff.br/cdme/jogos_artisticos_geometricos_eletronico/index.html

acessar um quebra-cabeça com peças formadas por lagartos, fazendo referência às obras *Lagarto* (1942) e *Répteis* (1943). Para estimular a realização da atividade, foi proposta uma premiação (sobremesa bolo no pote) para os dois primeiros colocados na montagem do maior número de peças do quebra-cabeça no tempo estabelecido de 15 minutos. Através da observação do desenvolvimento da atividade, pode-se constatar que os alunos se divertiram através da interação entre si e com os alunos da turma LM 141. A aula terminou às vinte horas e quinze minutos. Depois das vinte horas e trinta minutos, foram realizadas visitas aos prédios III e IV, e à biblioteca do *campus*. A visita terminou às vinte e duas horas. Segue um relato de um aluno.

Fiquei maravilhado com tudo que presenciei nesta visita ao IFMG, mas para mim (*sic*) ingressar acho difícil, pois tenho outro objetivo na minha formação do Ensino Médio, mas penso em um futuro melhor para meu filho e eu vou preparar meu filho em relação a incentivo para ingressar em algum curso nesta instituição. Eu não tive chance, mas pelo menos meu filho pode ter uma chance de ter uma formação em curso superior. (Aluno do EJA).⁹

3.3 Desenvolvendo o projeto na escola

Para dar início ao trabalho de pesquisa na escola, utilizou-se uma aula de 50 minutos para mostrar aos alunos como seria desenvolvida cada etapa da pesquisa. Apresentaram-se as obras de *Escher* que seriam trabalhadas durante as oficinas. Referente a cada obra apresentada aos alunos, foram explicados quais conteúdos matemáticos seriam utilizados e com quais figuras geométricas se trabalharia.

As figuras geométricas utilizadas foram: triângulos, retângulos, hexágono regular e quadrado. Foi explicado que a partir destas figuras seriam obtidas diversas outras figuras, com conservação da área inicial. Outros conceitos matemáticos foram apresentados, tais como as ideias do plano bidimensional e do espaço tridimensional, rotação, reflexão e arte no infinito, uma vez que o artista era obcecado pelo infinito. Cada aluno teve a liberdade de escolher com quais figuras geométricas queriam trabalhar, para a atividade de preenchimento do plano, em forma de quebra-cabeças. (pavimentação do plano).

⁹ Dados da pesquisa.

3.3.1 Oficinas de esboço e pintura, com as técnicas de transformações geométricas

A princípio, os alunos foram levados para uma sala equipada com projeção para a apresentação de obras de Escher. Também foi apresentado como realizar uma transformação de uma figura geométrica em uma imagem de uma forma que pudesse cobrir todo o plano de uma cartolina. Além das imagens, foi exibido o vídeo *Tessellation Examples* (FULTON, 2016), com a explicação das técnicas de pavimentação do plano, a partir da transformação de retângulo, quadrado, triângulo e hexágono (figura 11). Após a exposição, os alunos já se mostraram interessados em realizar as oficinas.

Figura 9 – Apresentação: obras de Escher e a técnica de pavimentação do plano

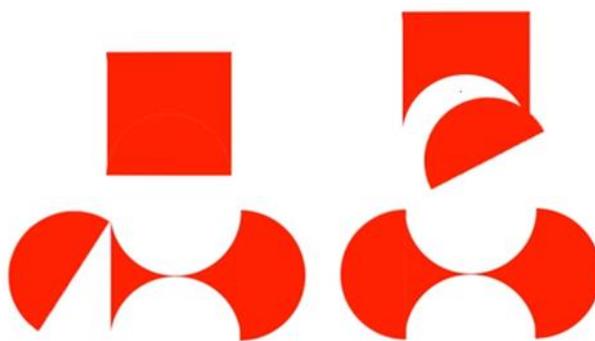


Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Foi disponibilizada uma sala para a realização dos trabalhos para onde foram levados cartolinas, lápis, tintas e pincéis adquiridos com recursos do PIBID. Tudo foi organizado para que os alunos iniciassem o trabalho: criaram moldes seguindo os exemplos do vídeo e houve alunos que, com criatividade, criaram suas próprias figuras.

Na figura 12, obtida por meio da tecla *printscreen*, adaptada do vídeo *Tessellation Examples* (FULTON, 2016), estão ilustrados os principais conceitos geométricos explorados ao longo da aplicação das oficinas envolvendo Arte e Matemática. Tais conceitos são: 1. área de quadrado; 2. área de círculo; 3. área de ladrilho obtido da transformação do quadrado usando uma rotação sobre o vértice; 4. cálculo de áreas de figuras explorando o conceito de conservação de área.

Figura 10 – Ladrilho obtido a partir de quadrado, com rotação sobre o vértice



Fonte: Adaptado de FULTON (2016)

Na figura 13, o trabalho realizado por um aluno a partir da técnica descrita na figura 12.

Figura 11 – Trabalho de aluno 1: técnica “rotação sobre vértice”

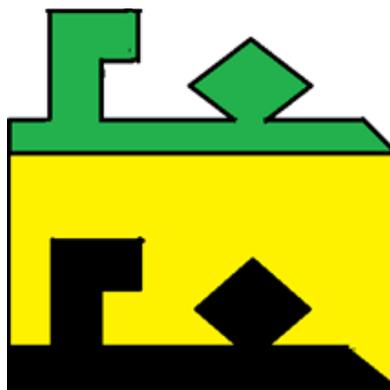


Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Com a técnica de translação, obteve-se o molde representado na figura 14 e o trabalho ilustrado na figura 15, a partir de um retângulo de dimensões 14 cm e 18 cm. Neste caso, novamente há conservação de área.

Na figura 16, pode-se trabalhar área de retângulo, triângulo e quadrado, podendo calcular, assim, a área que sobrou depois da retirada do triângulo e do quadrado, sabendo que o comprimento do retângulo mede 20 cm e sua largura mede 8 cm e o triângulo tem a base medindo 16 cm e altura 6 cm e o quadrado medindo 4 cm de lado. A partir desse molde, foi produzido o trabalho apresentado na figura 17.

Figura 12 – Molde obtido de translação



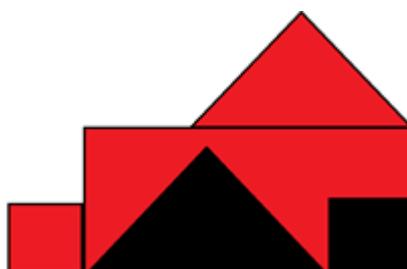
Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Figura 13 – Trabalho de aluno 2: técnica “translação”



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Figura 14 – Molde por translação



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

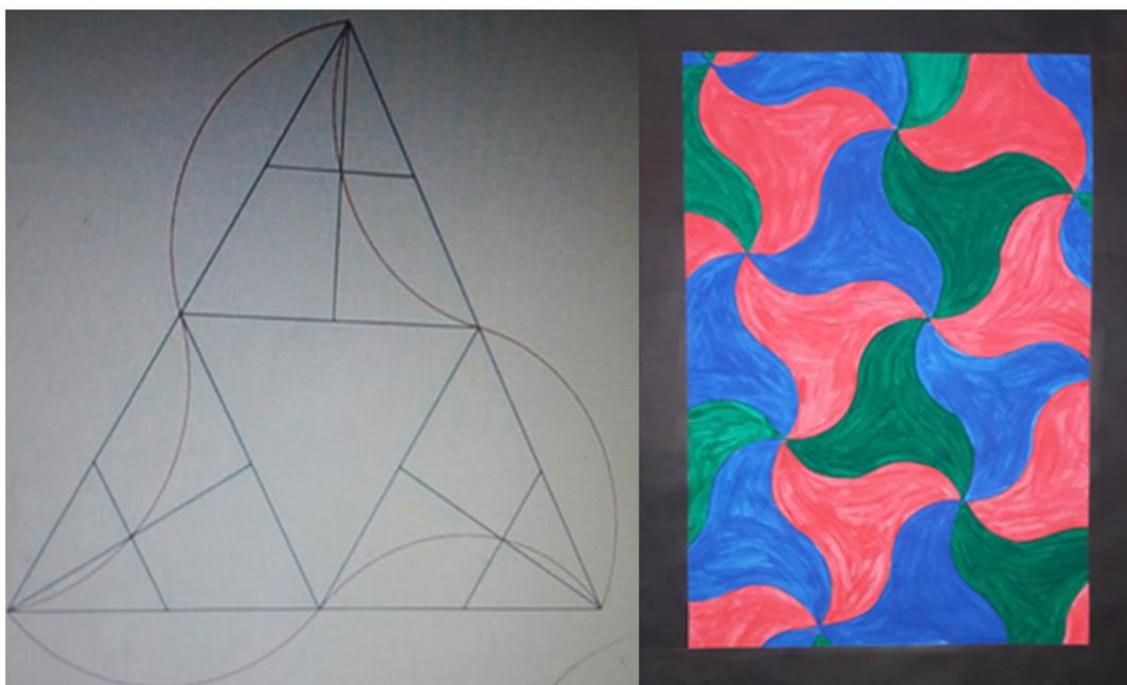
Figura 15 – Trabalho de aluno 3: técnica “translação”



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

A figura 18 revela a construção do molde para e do trabalho executado, a partir de um triângulo equilátero de lado 10 cm.

Figura 16 – Molde e trabalho a partir de triângulo equilátero



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Finalmente, foi explorada a ideia por trás das obras *Lagarto* (1942) e *Répteis* (1943) (figura 19). Os moldes para a pavimentação do plano podem ser obtidos a partir

de um hexágono regular (figura 20). Neste caso, utilizou-se um polígono de lado 8 cm. Assim, deduziu-se que a área de cada lagarto corresponde à área de um hexágono regular. Este molde motivou a realização de mais um trabalho (figura 21)

Os trabalhos representados pela figura 22, executados por alunos agrupados em duplas, foram elaborados a partir do traçado de três raios numa circunferência dividida em 3 partes iguais (arcos de 120°) (figura 23). A figura de dimensão 2 passaria a ter um efeito de terceira dimensão. Colocando n hexágonos e realizando o mesmo processo em todo o trecho do plano disponível, obtêm-se um efeito 3D.

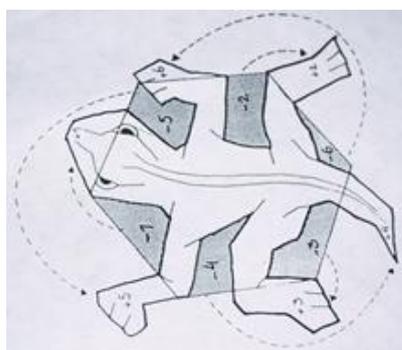
Como o artista citado ficou obcecado pela construção de imagem no infinito, a pesquisadora Cleusa Campos reproduziu uma das obras de *Escher* para mostrar aos alunos a importância de usar Matemática e Arte, pois se o artista não tivesse adquirido conhecimentos matemáticos ele não teria criado a obra reproduzida na figura 24.

Figura 17 – Obras “Lagarto” e “Répteis II”, da esquerda para a direita



Fonte: Adaptado de The Official M.C. Escher Website (2017).

Figura 18 - Lagarto obtido de hexágono regular



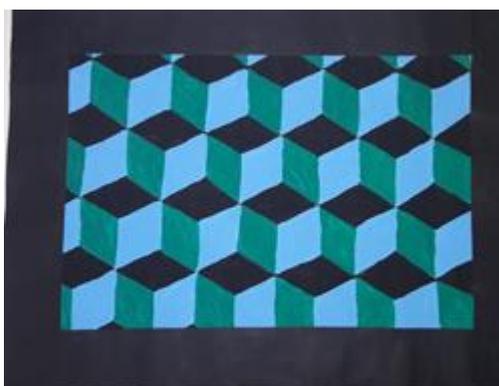
Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Figura 19 – Trabalho de aluno 4: releitura de obras de Escher



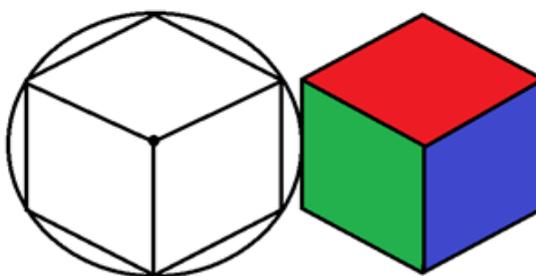
Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Figura 20 – Trabalho de aluno 5: efeito 3D



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Figura 21 – Técnica para obtenção de efeito



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores

Figura 22 - Reprodução, por Cleusa Campos, da obra Square Limit, de 1964



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

O processo de elaboração das obras de arte, pelos alunos, partiu da elaboração de moldes, segundo os critérios descritos anteriormente. Os alunos iam riscando de forma que cobrissem todo o trecho do plano representado pela cartolina. E depois de toda a cartolina preenchida com os desenhos dos ladrilhos elaborados, os alunos começaram a realizar as pinturas de acordo com sua criatividade. Eles sempre faziam a seguinte pergunta: “Qual cor eu posso colocar aqui?”. Mas o objetivo era deixá-los descobrir seus próprios talentos e desenvolver seu raciocínio. Quanto às pinturas, optou-se por não sugerir as cores a serem utilizadas. Assim, eles pintavam de acordo com suas escolhas e sempre questionando: “Essa arte não vai ficar bonita!”. Depois que todos terminaram, o resultado foi surpreendente. Eles relataram que não estavam acreditando no que tinham realizado o que, para os pesquisadores, foi gratificante, pois pode-se observar que os alunos se sentiram muito empolgados com o resultado. As figuras de 25 e 26 ilustram os momentos das oficinas.

Da apresentação das obras de *Escher* e do vídeo sobre as técnicas de ladrilhamento (ou pavimentação do plano) até a conclusão das pinturas, gastaram-se 6 aulas. No último dia da realização das oficinas, houve queda de energia. Mesmo com essa limitação, uma vez que as aulas da EJA acontecem no noturno, os alunos queriam continuar realizando as pinturas utilizando as lanternas de seus celulares, mas perceberam que não era uma boa opção (figura 27). Eles ficaram chateados por não terminar naquele mesmo dia e alguns alunos pediram autorização para levar suas obras

para terminar em casa, pois era uma sexta feira e eles estavam ansiosos para ver a obra pronta. Assim, alguns alunos terminaram suas obras em casa.

Figura 23 - Oficinas: cobrindo o plano e iniciando a pintura



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Figura 24 – Oficinas: etapa da pintura dos esboços



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Figura 25 – Pintando no escuro



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

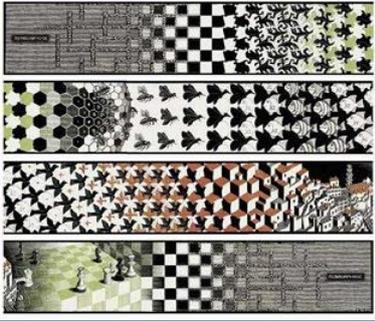
3.3.2 Exposição dos trabalhos: a Vernissage¹⁰

Assim que as obras ficaram prontas, foi marcada a exposição dos trabalhos, com divulgação de convite para a comunidade escolar e convidados externos (figura 28). Foi preparada uma sala ambiente com todas as obras elaboradas pelos alunos do 1º ano da EJA e com informações sobre o artista holandês, cuja obra foi a inspiração para o trabalho desenvolvido (figura 29). Foram expostas também as obras reproduzidas pela pesquisadora Cleusa Campos, com destaque para *Metamorfose II*, em destaque, no alto, da figura 29. Foi produzido e apresentado um vídeo com fotos de todas as etapas do desenvolvimento da pesquisa. Nas fotos 30 e 31, cada aluno está relacionado à sua obra, executada individualmente ou em grupo.

¹⁰ Inauguração de uma exposição de obras de arte.

Figura 26 – Convite para a exposição dos trabalhos

"DESCOBRINDO MATEMÁTICA NA ARTE: INVESTIGANDO AS OBRAS DE ESCHER"

 <p>Xilogravura - "Metamorphose II"- 1940</p>	<p>A direção da E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, juntamente os alunos da Licenciatura em Matemática do IFMG São João Evangelista, Cleusa Campos e Misael Borges, coordenadores do projeto, têm o prazer de convidá-lo(a) para a <i>I Vernissage</i>, apresentando as releituras das obras do artista holandês <u>Maurits Cornelius Escher</u> (1898-1972), criadas pelos alunos do 1º ano da EJA.</p> <p>Data: 20 de novembro de 2017. Horário: 19:30h às 22:00h Local: E. E. Dr. Antônio da Cunha Pereira,</p>
--	---

Apoio:



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Figura 27 – Exposição e visita



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

Figura 28 – “Artistas” e obras 1

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Figura 29 – “Artistas” e obras 2

Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

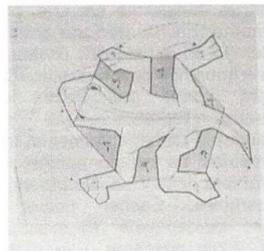
3.3.3 Exercício de Verificação de Aprendizagem (EVA)

Com o propósito de averiguar a aprendizagem matemática adquirida pelos alunos com o desenvolvimento das oficinas, foi proposta uma lista de exercícios com quatro questões referentes ao conteúdo trabalhado, algumas das quais adaptadas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) (APÊNDICE C). A figura 32 apresenta as respostas dadas por um dos alunos da EJA às questões 3 e 4 do EVA.

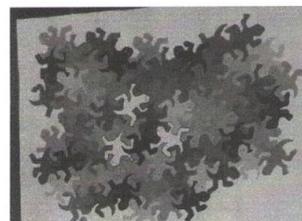
Figura 30 – Respostas às questões 3 e 4 do EVA

QUESTÃO 3. Na releitura da obra "Reptéis II", de Escher, a aluna utilizou 65 lagartos, obtidos a partir de um hexágono de lado 8 cm.

a) Determine a área de um lagarto.



b) Determine a área total ocupada pelos lagartos na obra da



$$\begin{aligned}
 a) h^2 &= b^2 + x^2 \\
 h^2 &= 4^2 + 8^2 \\
 h^2 &= 16 + 64 \\
 h^2 &= 80 \\
 h &= \sqrt{80} \\
 h &= 4\sqrt{5} \text{ cm} \\
 A &= \frac{b \cdot h}{2} \\
 A &= \frac{4 \cdot 4\sqrt{5}}{2} \\
 A &= \frac{16\sqrt{5}}{2} \\
 A &= 8\sqrt{5} \text{ cm} \\
 A &= 8\sqrt{5} + 8\sqrt{5} \\
 A &= 16\sqrt{5} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$6 \cdot 16\sqrt{5}$
 $96\sqrt{5} \text{ cm}^2$

QUESTÃO 4. Calcule a área da figura 2, obtida pela rotação sobre um vértice, a partir da figura 1.

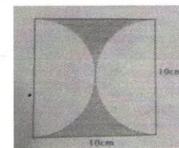


Figura 2



Figura 1

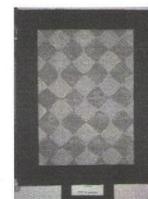


Figura 3: Obra dos alunos.

$$\begin{aligned}
 l^2 &= \text{área} \\
 l^2 &= 10^2 = 100 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Sobre a utilização e manutenção do Laboratório de Informática

Houve dificuldades na realização da pesquisa no laboratório de informática da E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, devido ao fato de que apesar de haver 25 computadores, apenas cinco estavam funcionando e a turma teve que ser dividida em grupos para que todos pudessem responder, uma vez que 21 alunos participaram desse momento da pesquisa.

Tão logo a pesquisa de campo se encerrou, obtiveram-se relatos surpreendentes dos alunos. Alguns afirmaram que nunca tinham usado computador, pois eles achavam que era muito difícil, mas com a realização da pesquisa virtual, eles perceberam que lidar com o computador não era tão difícil assim. E a partir dessa experiência, desejam que outros professores os levem mais vezes ao laboratório de informática.

Um dos pesquisadores é o responsável pela manutenção do laboratório de informática da escola, pois é funcionário da Superintendência Regional de Ensino (SRE) à qual a escola está vinculada. Para o sucesso da pesquisa, ele se empenhou em um dia inteiro de trabalho para deixar todos os computadores funcionando, uma vez que poder-se-ia precisar voltar com a turma para o laboratório e desejava-se evitar a divisão da turma em grupos. Graças ao serviço feito no laboratório por conta da realização deste projeto, deixaram-se os 25 computadores funcionando.

4.2 Sobre o processo de inclusão sócio educacional

Na visita realizada ao IFMG/SJE pode-se perceber o entusiasmo de cada aluno, pois a partir desse evento, alguns afirmaram que iriam se dedicar mais aos estudos para tentar conseguir boas notas boas no ENEM para tentar ingressar na Instituição. Um dos alunos relatou: “Percebo que tudo que vi aqui nesta visita não é pra mim, pois já tenho outro plano e a chance de ser aprovado é mínima, mas agora já sei onde meu filho pode ter um futuro melhor, vou lutar para meu filho conseguir estudar aqui.” (Aluno da

EJA).¹¹ A partir da fala desse aluno, percebeu-se que a visita ao IFMG cumpriu o objetivo de desencadear um processo de inclusão sócio educacional para aqueles alunos e suas famílias, que vivem no entorno instituição de ensino superior.

4.3 Sobre a Arte como motivação para aprender Matemática

Uma aluna relatou que sempre gostou de Arte, mas nunca trabalhou nessa área, pois achava muito difícil, mas que percebeu que não era tão difícil assim. Ela chegou a fazer seis obras de arte, dedicando-se muito nas oficinas e relatou que pretende fazer um curso de pintura futuramente (figura 33). E ainda divulgou na rede social: “#FelizPeloAprendizado.”

Figura 31 - Autora de seis trabalhos e seu depoimento numa rede social



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Outra aluna viu uma obra de simetria de *Escher* no site oficial, “apaixonou-se” por ela e quis reproduzi-la. Foi-lhe explicado que aquele tipo de arte poderia ser construída de qualquer figura geométrica com segmentos de retas e ela optou por fazer uma no formato de triângulo. Segue seu relato: “Antes eu não gostava de Matemática, mas agora vi que a Matemática faz parte não só de fórmulas que vemos em sala de aula,

¹¹ Dados da pesquisa de campo.

mas sim em quase tudo! Quero aprender Matemática!”. Na figura 34 está registrada a obra elaborada por essa aluna.

Figura 32 - Aluna da EJA e seu trabalho a partir das obras de Escher



Fonte: Arquivos dos pesquisadores

4.4 Sobre a Matemática presente na Arte de Escher

Com relação aos conceitos geométricos avaliados na aplicação do Exercício de Verificação de Aprendizagem, percebeu-se que alguns alunos tiveram grande dificuldade nos cálculos referentes às figuras geométricas pelo fato de estarem há muitos anos fora da escola. Sobre as soluções apresentadas, pode-se perceber que os alunos assimilaram os principais conceitos matemáticos trabalhados na reprodução das obras de arte, quais sejam: conservação de área e isometria de rotação. No entanto, na resolução da questão 3, observou-se que os alunos não conseguiram aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras, o que os levou a cometer o erro no cálculo da área do hexágono, a partir da qual seria determinada a área do lagarto. Como desconheciam a fórmula do cálculo da área de um triângulo equilátero e consequentemente da área do hexágono, não conseguiram calcular corretamente a área do lagarto e da obra completa. Mas o conceito de conservação de área foi compreendido.

4.5 Sobre os frutos da pesquisa: oficinas com todas as turmas da E.E. Dr. Antônio

A professora supervisora do PIBID na E.E. Dr. Antônio da Cunha Pereira, achou o projeto desenvolvido na escola interessante e solicitou que a oficina fosse reproduzida na *Semana da Matemática*, no dia seguinte à *Vernissage*. Assim, preparou-se uma oficina simplificada que foi desenvolvida com todos os alunos dos turnos matutino e vespertino.

A versão resumida da oficina foi realizada, com duas opções que ficariam à escolha do aluno: a construção de imagens através de figuras geométricas ou a montagem de um quebra-cabeça a partir de material emborrachado. Foram apresentadas para cada turma obras construídas a partir de várias figuras geométricas, aquelas feitas pelos alunos do 1º ano da EJA, mas optou-se em trabalhar com transformações de quadrados e retângulos, pois o tempo para explicação e construção era apenas de 50 minutos.

Assim que cada turma era encaminhada para a atividade, eram feitas as seguintes perguntas: “Vocês acham Matemática difícil?”, “Vocês têm dificuldade em desenvolver questões envolvendo conteúdos matemáticos?”. A maioria respondia “Sim”, que os conteúdos matemáticos eram difíceis e todos ficavam surpresos em saber que o artista *Escher* tirava notas baixas em Matemática enquanto estudava no Ensino Médio e assim que interessou em aprender conteúdos matemáticos, principalmente à geometria, ele construiu obras fantásticas. Foi ressaltado com aqueles alunos, do Ensino Fundamental e Médio, a importância do desejo em aprender qualquer tipo de conteúdo, e que todos são capazes de aprender, basta ter força de vontade, que nada é impossível.

Cada grupo de alunos era dividido em dois: um grupo para a montagem do quebra-cabeça e outro para a construção das imagens. Depois da explicação, todos os alunos pegavam um quadrado ou retângulo feito de uma folha sem pauta e faziam seu desenho, recortavam e colavam, formando uma imagem. Alguns alunos levaram suas construções para tentar fazer sua arte em pintura, outros deixaram para servir de amostra para a próxima turma que fosse participar da atividade. Esta oficina teve duração de dois dias, pois em um dia não deu pra atender todas as turmas, e como todos queriam participar, tiveram que programar a continuação da atividade no dia seguinte. Foram apresentadas as construções das obras de arte feitas pelos alunos do 1º ano da EJA. Depois da explicação, era a hora da execução das tarefas (figura 35).

Figura 33 - Oficinas realizadas na Semana da Matemática



Fonte: Arquivos dos pesquisadores.

Uma das pesquisadoras atuou desde o início de 2017 na turma do 1º ano da EJA como bolsista de iniciação à docência (*pibidiano*), acompanhando a professora de Matemática, que voluntariamente, quis prestar um depoimento sobre o projeto realizado na turma. A fala da professora foi gratificante.

[...] você se mostrou desde o início uma pessoa muito determinada... entretanto, quero acrescentar que você se encontrou na EJA... no início comigo, enquanto regente das aulas de Matemática da turma como *pibidiana*, você demonstrou vontade e carinho, comigo e com os alunos!!! Em outro momento com a professora J... momento em que acompanhei seu trabalho somente como supervisora do PIBID, você idealizou um projeto que encantou a todos na escola: profissionais e alunos... um trabalho que envolveu os alunos, despertando neles a valorização de si mesmos... fazendo com que percebessem o quão valiosos são para a escola e para a sociedade... permitindo-lhes apresentar, inicialmente, à comunidade escolar que são capazes de recriar uma obra que o mundo inteiro conhece... as obras de Escher! Um trabalho tão bom que resultou em um outro projeto idealizado para todas as turmas da escola de nível fundamental e médio: oficinas de matemática inspiradas na obra de Escher, que foi extremamente bem aceito e elogiado pelos alunos e pelos profissionais da escola! Parabéns por se empenhar tanto e por enxergar nossos alunos como autores de obras de arte. Muito obrigada por me permitir fazer parte desse projeto!!! (PROFESSORA DE MATEMÁTICA DA EJA).

5 CONCLUSÕES

Durante o desenvolvimento das oficinas, os pesquisadores observaram que os alunos do 1º ano da EJA não se recordavam de conceitos elementares de Geometria, tal como o cálculo da área de um quadrado. A realização do trabalho com a turma oportunizou a (re) aprendizagem de tópicos da Geometria.

A pesquisa desenvolvida apontou a viabilidade de promover um processo de aprendizagem de geometria através de obras de Arte. A aplicação das atividades de exploração de conceitos geométricos partindo das obras do artista holandês Escher confirmou a viabilidade da integração curricular entre Matemática e Arte. Uma vez que conceitos matemáticos puderam ser trabalhados num contexto diversificado, obteve-se êxito no envolvimento dos alunos no processo de (re) produção das obras de Arte. Com a Arte, a Matemática tornou-se mais bela aos olhos daqueles alunos, que se sentiram capazes de produzir e compreender matemática.

Aos pesquisadores ficou evidente o potencial matemático que há nas obras de Escher, o que os motivou a aprofundar em pesquisas futuras sobre outros conceitos matemáticos explorados pelo artista.

REFERÊNCIAS

ALVES, Rubens. **Ostra feliz não faz pérola**. São Paulo: Planeta, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2ª edição revista. Brasília: 2016. Disponível em: <http://movimentopelabase.org.br/wp-content/uploads/2016/05/BNCC-BOOK-WEB.pdf>. Acesso em: 19 set. 2017.

CARBONELL, Sônia. **A beleza de ensinar a aprender com jovens e adultos**. São Paulo: Telos, 2012.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo Arte com a Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

_____. **Tecendo Matemática com Arte**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

_____. **Descobrimos Matemática na Arte**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

_____. **Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio**. São Paulo: Penso, 2012.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FONSECA, Maria C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: Especificidades, desafios e contribuições**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários a prática educativa**. 30. ed São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. **Pedagogia do Oprimido**. 40. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Resolução n. 2843, de 13 de janeiro de 2016**. Dispõe sobre a Organização e o Funcionamento da Educação de Jovens e Adultos/EJA – cursos presenciais, nas escolas da rede pública estadual de Minas Gerais. **Minas Gerais**, Belo Horizonte, 13 jan. 2016. Disponível em: <http://www2.educacao.mg.gov.br/images/documentos/2843-16-r-republica%C3%A7ao.pdf>. Acesso em: 19 set. 2017.

FULTON, Brad. **Tesselation examples**. YouTube, 25 de janeiro de 2016. Disponível em: <https://youtu.be/Vm4zLz1DtKM>. Acesso em: 16 mai. 2017

TJABBES, Pieter. **O mundo mágico de Escher**. Centro Cultural Banco do Brasil: Brasília, 2011.

SCHATTSCHEIDER, D. *The Mathematical Side of M. C. Escher*. **Notices of the American Mathematical Society**, Rhode Island, EUA, v. 57, n. 6, p.706-719, jun./jul. 2010. Disponível em: <http://www.ams.org/notices/201006/rtx100600706p.pdf>. Acesso em: 20 set. 2017.

THE OFFICIAL M.C. ESCHER WEBSITE. **Escher**, 2017. Disponível em: <http://www.mcescher.com>. Acesso em: 16 maio 2017.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

TV ESCOLA. **Arte & Matemática: do zero ao infinito**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=AxYCY2-KvB8>. Acesso em: 12 abr. 2017.

VIECILI, Cláudia Cegina Confortin. **Uma Proposta para o Ensino da Matemática: Modelagem Matemática**. 2006. 119 f. Dissertação (Pós-Graduação) Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

CURSO: Licenciatura em Matemática

ORIENTADORA: Prof. Me. Jossara B. S. Bicalho

E-mail: jossara.bicalho@ifmg.edu.br

ALUNOS: Cleusa Xavier Campos E-mail: cleusacampos27@gmail.com

Misael Borges E-mail: misael.borges@educacao.mg.gov.br

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos da Escola Estadual Dr. Antônio da Cunha Pereira, da cidade de Peçanha, MG estão sendo convidados a participar da pesquisa “**DESCOBRINDO MATEMÁTICA NA ARTE: INVESTIGANDO AS OBRAS DE ESCHER**”. Neste estudo pretendemos realizar entrevistas, aplicação de questionários, oficinas, visita técnica ao Instituto Federal de São João Evangelista e exposição dos trabalhos realizados por vocês, em grupo, ou individualmente.

Os participantes deste estudo não terão nenhum custo, nem receberão qualquer vantagem financeira. Serão esclarecidos sobre o estudo em qualquer aspecto que desejarem e estarão livres para participar ou recusar-se a participar. Poderão retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A participação é voluntária e recusar em participar não acarretará em qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido pelos pesquisadores. Os pesquisadores irão tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, mas podendo ter fotos anexadas ao documento do trabalho que será realizado (TCC).

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelos pesquisadores responsáveis, no IFMG-SJE e a outra será fornecida à Escola Estadual Dr. Antônio da Cunha Pereira, da cidade de Peçanha, MG.

Declaro que concordo em participar dessa pesquisa que será submetida em minha turma e que tenho ciência das regras, que foram passadas com clareza, tendo sido dada a oportunidade de esclarecimento de todas as dúvidas acerca da realização da pesquisa.

Assinaturas dos alunos:

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO

Prezado aluno/aluna do 1º ano do Ensino Médio da EJA da Escola Estadual Dr. Antônio da Cunha Pereira, de Peçanha, Minas Gerais, o questionário a seguir faz parte de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática do IFMG São João Evangelista.

Ficaremos extremamente gratos com sua colaboração ao responder as questões que seguem!

Cleusa Xavier Campos e Misael Borges.

Questão 1. Sexo

Masculino

Feminino

Questão 2. Idade

Questão 3. Você é casado(a)?

Sim

Não

Questão 4. Tem filhos? Quantos?

Questão 5. Você mora em qual cidade?

Questão 6. Você trabalha quantas horas por dia?

Questão 7. Seu salário é:

maior que 937
reais;

menor que 937
reais;

igual a 937 reais.

Questão 8. Com quantos anos você entrou na escola?

Questão 9. Com quantos anos você abandonou a escola?

Questão 10. Por que desistiu de continuar os estudos?

Questão 11. Quanto tempo você ficou fora da escola?

Questão 12. Por que você teve a iniciativa de voltar a estudar?

Questão 13. Você perdeu vaga de emprego por não ter o diploma do Ensino Médio?

Sim

Não

Questão 14. Quais dificuldades você enfrenta para ir às aulas todos os dias?

Questão 15. Pretende fazer algum curso depois de concluir o Ensino Médio?

Sim

Não

Talvez

Questão 16. Qual curso superior você gostaria de fazer?

Questão 17. Qual disciplina você tem mais habilidade em aprender?

Questão 18. Qual disciplina você tem mais dificuldade em aprender?

Questão 19. Você gosta de Matemática? O que você tem a nos dizer sobre esta matéria?

Questão 20. Dentre as opções de Artes Visuais, qual (quais) dela(s) você mais gosta?

Teatro

Escultura

Dança

Arquitetura

Pintura

Moda

Cinema

Paisagismo

Fotografia

Decoração

Questão 21. Já trabalhou com Artes Visuais?

Sim

Não

Questão 22. Você já visitou algum museu de arte? O que de interessante você presenciou?

Questão 23. Você acredita que Matemática e Arte têm algo em comum? Por quê?

Questão 24. Na sua opinião, tem como aprender Matemática em Arte?

Sim

Não

Questão 25. Você gostaria de visitar um museu?

Sim

Não

Questão 26. Você já ouviu falar sobre o artista holandês Maurits Cornelius Escher?

Sim

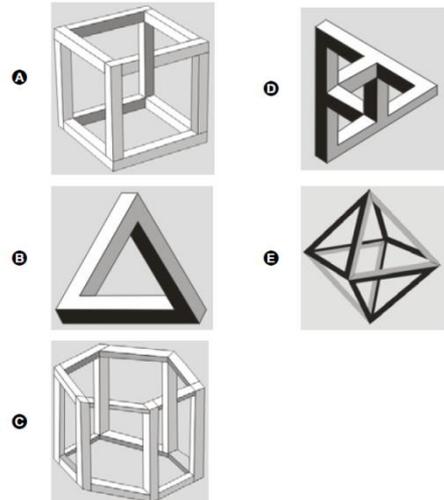
Não

Questão 27. Dê sua opinião sobre a entrevista realizada.

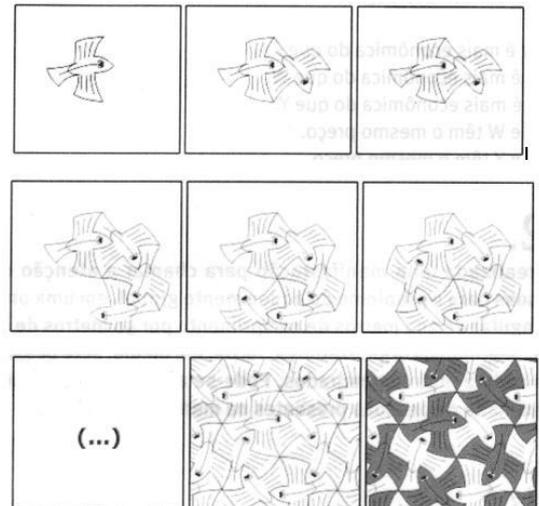
APÊNDICE C – EXERCÍCIO DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM

QUESTÃO 1 (Adaptada ENEM). Resolva e comente!

Representar objetos tridimensionais em uma folha de papel nem sempre é tarefa fácil. O artista holandês Escher (1898-1972) explorou essa dificuldade criando várias figuras planas impossíveis de serem construídas como objetos tridimensionais. Considere que um marceneiro tenha encontrado algumas figuras supostamente desenhadas por Escher e deseje construir uma delas com ripas rígidas de madeira que tenham o mesmo tamanho. Qual dos desenhos a seguir ele poderia reproduzir em um modelo tridimensional real?



QUESTÃO 2 (Adaptada ENEM). Escher, um grande artista holandês, nasceu em 1898 e faleceu em 1970, deixando uma obra original e extraordinária. Os conceitos da Matemática, aliados à sua mente artística, aparecem em seus desenhos de ilusões espaciais, de construções impossíveis, nos quais a geometria se transforma em arte, ou a arte em geometria. Escher dedicou grande parte de seu tempo ao estudo das pavimentações do plano e trabalhou com a divisão regular do plano em figuras geométricas que se transfiguram, repetem-se e refletem, rotacionam-se. Fundamentalmente, trabalhou com isometrias, as transformações no plano que preservam distâncias. No preenchimento de superfícies, Escher usava figuras concretas, perceptíveis e existentes na natureza, como pássaros, peixes, pessoas, répteis etc. Observe o passo a passo de uma de suas gravuras em que utiliza peixes.

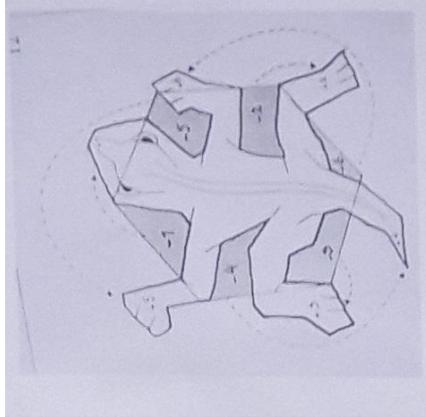


Na construção dessa gravura, o artista recorreu principalmente à

- translação.
- simetria axial.
- simetria em relação a um ponto.
- rotação.
- reflexão.

QUESTÃO 3. Na releitura da obra “Reptéis II”, de Escher, a aluna Maria Helena utilizou 65 lagartos, obtidos a partir de um hexágono de lado 8 cm.

a) Determine a área de um lagarto.



b) Determine a área total ocupada pelos lagartos na obra da Maria Helena.



QUESTÃO 4. Calcule a área da figura 2, obtida pela rotação sobre um vértice, a partir da figura 1.

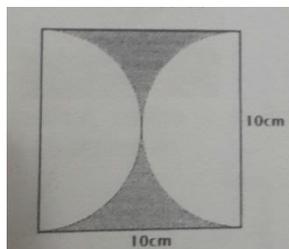


Figura 1

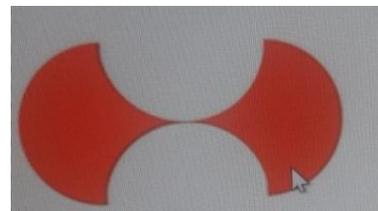
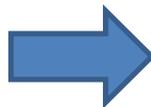


Figura 2