

INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS
CAMPUS SÃO JOÃO EVANGELISTA

BRUNO DE SOUSA FERREIRA; MAX DA FONSECA DRUMOND;
NATHALIA LUIZA SOARES PEIXOTO

O USO DO TEODOLITO CASEIRO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO
ENSINO DA TRIGONOMETRIA

SÃO JOÃO EVANGELISTA
2016

**BRUNO DE SOUSA FERREIRA; MAX DA FONSECA DRUMOND;
NATHALIA LUIZA SOARES PEIXOTO**

**O USO DO TEODOLITO CASEIRO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO
ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista, como exigência parcial para a obtenção do título de Licenciados em Matemática.

Orientador: Me. Silvino Domingos Neto

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2016

FICHA CATALOGRÁFICA

F387u Ferreira, Bruno de Sousa; Drumond, Max da Fonseca. Peixoto; Nathalia Luiza
2016 Soares.

O uso do Teodolito Caseiro como ferramenta auxiliar no Ensino da Trigonometria. / Bruno de Sousa Ferreira; Nathalia Luiza Soares Peixoto; Max da Fonseca Drumond. – 2016.

50f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2016.

Orientador: Me. Silvino Domingos Neto.

1. Trigonometria. 2. Teodolito Caseiro. 3. Aprendizagem Significativa.
I. Ferreira, Bruno de Sousa. II. Drumond, Max da Fonseca. III. Peixoto, Nathalia Luiza Soares. IV. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. V. Título.

CDD 516.24

Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais
Campus São João Evangelista

Bibliotecária Responsável: Rejane Valéria Santos – CRB-6/2907

**BRUNO DE SOUSA FERREIRA; MAX DA FONSECA DRUMOND;
NATHALIA LUIZA SOARES PEIXOTO**

**O USO DO TEODOLITO CASEIRO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO
ENSINO DA TRIGONOMETRIA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista, como exigência parcial para a obtenção do título de Licenciados em Matemática.

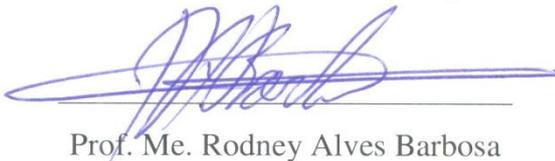
Aprovada em 24 / 11 / 2016

BANCA EXAMINADORA



Orientador Prof. Me. Silvino Domingos Neto

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista



Prof. Me. Rodney Alves Barbosa

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista



Prof. Me. Tiago de Oliveira Dias

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais *Campus* São João Evangelista

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradecemos a Deus, por tudo.

Agradecemos aos nossos familiares, pelo apoio, paciência, incentivo e compreensão.

Agradecemos ao nosso orientador, Me. Silvino Domingos Neto, por sua paciência, orientação, incentivo e dedicação às leituras de nosso trabalho.

Agradecemos, também, à banca examinadora de nosso trabalho, os professores Me. Tiago de Oliveira Dias e Rodney Alves Barbosa, por lerem nosso trabalho e contribuírem para o seu enriquecimento.

Somos gratos às professoras Marina e Sara, por nos ceder espaço em suas aulas de Matemática para realização de nossa pesquisa.

Agradecemos intensamente à E. E. Josefina Pimenta, pela receptividade, convívio saudável, disponibilidade e carinho com que nos receberam em suas dependências.

E, por fim, agradecemos a todos os colegas de sala, pelo companheirismo, cumplicidade e amizade em todos momentos de tristeza e alegria compartilhados no decorrer do curso.

Os Autores.

*“Sonhar não é delirar; sonhar é desejar e procurar o que
oferece paz ao espírito e honra ao sonhador”.*

(Mário Sergio Cortella)

RESUMO

O presente trabalho aborda o tema ensino de Trigonometria com auxílio do Teodolito Caseiro. Tem, como foco, atividades de Matemática para alunos do segundo ano do Ensino Médio, e investiga a eficácia do uso do Teodolito Caseiro como ferramenta auxiliar no ensino das relações trigonométricas em triângulos retângulos e das leis dos senos e dos cossenos, visando alcançar uma Aprendizagem Significativa. Tendo como objetivo tornar o ensino da Trigonometria mais significativo através da manipulação deste instrumento de medição, nesse trabalho se investiga a aplicabilidade do conteúdo de Trigonometria em situações-problemas envolvendo medições de distâncias inacessíveis dentro do espaço escolar. Analisa-se a relevância da utilização desta ferramenta nas aulas de Trigonometria como auxiliar no processo de ensino das razões seno, cosseno e tangente, bem como a lei dos senos e a lei dos cossenos. Este estudo indica que a utilização de ferramentas auxiliares como o Teodolito Caseiro pode proporcionar um ambiente rico de aprendizagem, propiciando aos alunos uma Aprendizagem Significativa deste conteúdo.

Palavras-chave: Trigonometria. Teodolito Caseiro. Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

The present work approached the subject of the teaching of Trigonometry with the help of the Homemade Theodolite. It focused on Mathematics activities for high school sophomores that investigate the effectiveness of the use of Homemade Theodolite as an auxiliary tool to the teaching of trigonometric relationships in triangles rectangles and the laws of sines and cosines in order to achieve Meaningful Learning. It aimed to make the teaching of Trigonometry more meaningful through the manipulation of this measuring instrument. In this work was investigated the applicability of Trigonometric content in problem situations involving measurements of inaccessible distances within the school space. It was analyzed the relevance of the use of this tool in the classes of Trigonometry as an auxiliary in the process of teaching the sine, cosine and tangent ratios, as well as the law of sines and the law of cosines. This study indicates that the use of auxiliary tools such as Homemade Theodolite can provide a rich learning environment, giving students a Meaningful Learning of this content.

Keywords: Trigonometry. Homemade Theodolite. Meaningful Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esticadores De Cordas	18
Figura 2 - Groma Egípcia	19
Figura 3 - Groma Romana.....	19
Figura 4 - Túnel De Eupalinos	20
Figura 5 - Dioptra	20
Figura 6 - Livro De Pantometria.....	21
Figura 7 - Teodolitos	22
Figura 8 - Eixos De Um Teodolito.....	23
Figura 9 - Teodolito Caseiro	23
Figura 10 - Esquema De Medição Do Comprimento Da Quadra	24
Figura 11- Nivelamento Da Base.....	25
Figura 12 - Posicionamento Inicial Dos Transferidores	26
Figura 13 - Exemplo De Aferição De Ângulo.....	26
Figura 14 - Organização Da Sala De Apresentação	31
Figura 15 - Triângulos Apresentados Aos Alunos.....	32
Figura 16 - Alunos Na 1ª Aplicação	33
Figura 17 - Alunos Na 1ª Aplicação	34
Figura 18- Alunos Na 2ª Aplicação	34
Figura 19 - Resolução Da 3ª Atividade	38
Figura 20 - Alunos Medindo A Altura Do Telhado Do Pátio	39

LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS

(BNCC) - Base Nacional Comum Curricular

(CBC) - Conteúdos Básicos Comum

(DNC) - Diretrizes Curriculares Nacionais

(DCNEM) - Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

(IFMG) - Instituto Federal de Minas Gerais

(LDBEN) - Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

(PCN) - Parâmetros Curriculares Nacionais

(PCNEM) - Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

(PIBID) - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	A HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA.....	13
2.2	A TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO.....	15
2.3	A HISTÓRIA DO TEODOLITO	18
2.3.1	O Teodolito Caseiro.....	22
2.3.1.1	Instruções de uso do Teodolito Caseiro.....	24
2.4	O ENSINO DE TRIGONOMETRIA	27
3	METODOLOGIA.....	30
3.1	APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	31
4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	37
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
	APÊNDICES	44
	ANEXOS.....	50

1 INTRODUÇÃO

A Matemática está presente em diversas situações da vida do homem, seja em atividades relacionadas ao trabalho, nas construções e arquitetura dos centros urbanos, na compra do pão na padaria etc. Percebe-se que ela não está relacionada somente às atividades voltadas para a área de exatas e pode ser encontrada em situações simples do cotidiano das pessoas. Por isso, é essencial seu papel para formação de um cidadão.

Tendo em vista sua importância, o ensino de Matemática na Educação Básica é fundamental para a construção intelectual humana. A Matemática tem o potencial de desenvolver habilidades e competências relacionadas ao raciocínio lógico, à criticidade e à autonomia do indivíduo para tomadas de decisões e é de extrema importância para a vida em sociedade.

Observa-se que são inúmeras as suas aplicações, logo se faz necessário que, ao estudá-la, os alunos tenham a capacidade de fazer conexões entre ela e sua realidade. Dentre os conteúdos matemáticos, a Trigonometria, durante seu desenvolvimento histórico, sempre esteve relacionada com as necessidades humanas e ainda hoje é aplicada às tecnologias que agregam conforto e comodidade às pessoas.

No contexto do Ensino Médio, a Matemática, e em especial a Trigonometria, não devem ser propostas de maneira fragmentada e sim dando enfoque especial à aplicabilidade, oferecendo sedimentos mínimos ao entendimento da realidade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) defendem que o fracasso escolar em Matemática pode estar relacionado com a falha no estabelecimento de relação entre os conteúdos.

Ao analisar estas questões sobre o ensino de Matemática, os pesquisadores desse trabalho as relacionaram com as experiências que vivenciaram na graduação, em que, diante do conteúdo de Trigonometria, identificaram-se com defasagens, embora já o tivesse estudado durante os Ensinos Fundamental e Médio. A reflexão feita sobre as causas dessa defasagem leva-os à seguinte indagação: “Por que não sabemos Trigonometria se já estudamos esse conteúdo no decorrer das etapas de escolarização?”. Essa inquietação sobre o ensino e aprendizagem da Trigonometria mostrava-se comum a vários outros colegas estudantes, vistas as dificuldades enfrentadas em disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, como Fundamentos da Matemática “II e III” e Cálculo Diferencial e Integral, no que se referia à base de conhecimentos trigonométricos.

De acordo com Souza (2015), além do fato de pouco se recordarem deste conteúdo, observou-se que, dentre os conteúdos matemáticos ensinados, a Trigonometria é tida como

conteúdo complexo e isolado. Talvez isso ocorra devido à algebrização excessiva deste conteúdo, o que torna a aprendizagem cansativa, abstrata e mecânica sem relação com a realidade do estudante. Neste sentido, Amaral citado por Pinheiro (2008) afirma que:

Dos vários conteúdos de Matemática, a Trigonometria é um dos de mais difícil compreensão pelos (as) alunos (as). Acreditamos que tal dificuldade se deva ao seu grau de abstração e a forma expositiva / transmissiva em que a mesma é ensinada. Os fatos e conceitos são apresentados sem que o aluno tenha oportunidade de construí-los. (AMARAL apud PINHEIRO, 2008, p.12).

Ao analisar o que diz a legislação sobre a forma de apresentação deste conteúdo aos estudantes, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) defendem que o ensino de Matemática no Ensino Médio, especificamente o conteúdo da Trigonometria, deve promover o desenvolvimento das habilidades e competências. Isso é possível, de acordo com o documento,

[...] desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. (BRASIL, 1997, p.44).

Assim, pensando-se em um método prático de se ensinar este conteúdo, a experiência vivenciada no transcurso da graduação motivou os pesquisadores a utilizar o Teodolito Caseiro como uma ferramenta auxiliar na resolução de algumas situações-problemas, visando despertar o interesse dos alunos. Assim, surgiu o questionamento: **“Se não ‘aprendemos’ com os recursos com os quais nos foi ensinado, será que com a utilização do Teodolito Caseiro no ensino de Trigonometria pode resultar em uma Aprendizagem Significativa?”** Esta é a questão que norteia a proposta deste trabalho.

Escolheu-se a Escola Estadual Josefina Pimenta como ambiente de pesquisa por ser a escola com Ensino Médio mais próxima ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - *Campus* São João Evangelista (IFMG). A escolha ocorreu, também, pelo fato de um dos pesquisadores atuar como bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) naquela escola.

A pesquisa, portanto, pretende utilizar o Teodolito Caseiro como uma ferramenta (material didático) auxiliar no ensino de Trigonometria com o intuito de proporcionar a

consolidação deste conteúdo pelos alunos. Procura-se, também, averiguar o uso de um Teodolito Caseiro como instrumento didático nos processos de ensino e aprendizagem.

Para tanto, esse trabalho tem como objetivos específicos verificar quais são as habilidades básicas propostas para o ensino de Trigonometria do 2º Ano do Ensino Médio baseando-se nos documentos oficiais; diagnosticar o perfil da turma de trabalho; situar o surgimento histórico da Trigonometria; investigar a aplicabilidade da Trigonometria em atividades presentes no dia-a-dia dos alunos com utilização de Teodolitos Caseiros; averiguar se a ferramenta proposta para o ensino da Trigonometria contribui com a Aprendizagem Significativa dos alunos.

A pesquisa é apresentada em seções denominadas: **Referencial Teórico, Metodologia, Discussão dos Resultados e Conclusão.**

O **Referencial Teórico** é subdividido em tópicos, sendo eles: “**A História da Trigonometria**”, que traz um breve relato de seu surgimento histórico. “**A Trigonometria no Ensino Médio**”, que aborda as diretrizes legais estabelecidas pelos documentos oficiais e as proposições ao ensino de Trigonometria nesta etapa do ensino. “**A história do Teodolito**”, contendo um apanhado histórico de seu surgimento. “**O Teodolito Caseiro**”, que retrata de onde surgiu a ideia dos pesquisadores em construir o instrumento utilizado nesta pesquisa. “**O Ensino de Trigonometria**”, trazendo as ideias de alguns autores sobre este conteúdo.

O capítulo da **Metodologia** apresenta a metodologia utilizada na pesquisa, explicitando como foi desenvolvida a aplicação do Teodolito Caseiro com uma classe do 2º ano do Ensino Médio, bem como as observações realizadas durante a aplicação.

O capítulo de **Discussão dos Resultados** apresenta uma reflexão geral sobre os dados coletados com esta pesquisa, bem como a relação dos procedimentos adotados em conformidade com as ideias abordadas no Referencial Teórico.

Por fim, as **Considerações Finais** apontam os resultados alcançados, falhas e novas possibilidades de investigação no que diz respeito ao ensino de Trigonometria para o Ensino Médio.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta o processo de surgimento da Trigonometria desde os tempos do antigo Egito, o que permite verificar que ela sempre esteve relacionada às necessidades básicas da humanidade.

Apresenta, também, um apanhado das propostas que os documentos oficiais trazem para o currículo de Matemática e as propostas direcionadas ao ensino de Trigonometria no Ensino Médio. Em seguida, faz um paralelo destas propostas com ideias de autores que têm experiência no ensino de Trigonometria.

Traz, ainda, um apanhado histórico do instrumento de medição, o Teodolito. Seu surgimento está relacionado às necessidades humanas da época do antigo Egito e sua criação teve, como intuito, facilitar os trabalhos de medidas de ângulos necessárias para as demarcações de terras. Esse capítulo apresenta o processo de evolução do teodolito até os dias atuais, bem como o surgimento da ideia da construção dos teodolitos caseiros utilizados nesta pesquisa.

Por fim, explicita de que maneira o ensino de Trigonometria vem sendo abordado em pesquisas anteriores, trazendo uma breve discussão da forma como poderia ser realizado o ensino de Trigonometria aliada à teoria da “Aprendizagem Significativa” apresentada por David Ausubel, citado por Pereira (2012).

2.1 A HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA

A Trigonometria é um dos eixos mais antigos da Matemática e teve papel fundamental na construção do conhecimento humano na antiguidade. A gênese do seu desenvolvimento perpassou por diversos panoramas culturais e em cada um deles sofreu influências da realidade da época. Conforme afirma o autor Oscar Guelli (2010, p.29), “A Trigonometria não foi obra de um só homem, nem de um povo só”.

“A palavra ‘Trigonometria’ foi utilizada pela primeira vez em um livro de 1595, do teólogo e matemático alemão Bartholomaus Pitiscus, juntando o vocábulo grego *trigonon*, que significa ‘triângulo’, e *metron*, ‘medida’.” (GRANJA; PASTORE, 2012, p.44). Entretanto, de acordo com esses autores, o surgimento da Trigonometria, é bem anterior à criação da palavra e deve ter ocorrido em torno dos séculos V ou IV a.C., com os egípcios e os mesopotâmicos, estando relacionada a problemas de astronomia, agrimensura e navegação. Eves (2011) diz que da época, relatam-se registros de problemas em artefatos históricos, como no papiro *Rhind*, envolvendo cotangentes, e na tábua cuneiforme babilônica *Plimpton 322*, com secantes.

As influências de áreas específicas do conhecimento alavancaram seu desenvolvimento e fica difícil falar de Trigonometria sem relacioná-la a um contexto histórico que a vincule às necessidades humanas por sua grande importância em aplicações no cotidiano.

Destaca-se sua importância na astronomia, por meio da qual a observação dos astros se fazia importante para prever as estações do ano e determinadas datas. Ainda na astronomia, a Trigonometria serviu como ferramenta para elaboração da teoria Geocêntrica do astrônomo Cláudio Ptolomeu (150 d.C.). Ptolomeu deixou inúmeras contribuições ao desenvolvimento de conceitos trigonométricos. Eves (2011, p.203), faz referência ao comentarista Têon De Alexandria, que atribui a Cláudio Ptolomeu uma tábua de cordas de arcos de $1/2^\circ$ a 180° com incremento de $1/2^\circ$. Essa tábua fornece os comprimentos das cordas de arcos, ângulos centrais de um círculo. Acredita-se que Ptolomeu tenha se inspirado em trabalhos anteriores de astrônomos e matemáticos, como Hiparco de Niceia (c. 180 - 125 a.C.).

A antiga tábua de comprimento de cordas de Ptolomeu é a forma primitiva mais precisa das tabelas de razões trigonométricas que se tem conhecimento. As cordas calculadas por astrônomos como Hiparco e Ptolomeu precedem a definição de seno de um ângulo agudo de um triângulo retângulo.

Sobre a origem da palavra seno, Lima citado por Dante (2008) retrata que:

A Trigonometria teve seu início na antiguidade remota, quando se acreditava que os planetas descreviam órbitas circulares ao redor da Terra, surgindo daí o interesse em relacionar o comprimento da corda de uma circunferência com o ângulo central por ela subtendido. Se c é o comprimento da corda, α é o ângulo e r é o raio da circunferência, então $c = 2r * \sin \frac{\alpha}{2}$. Essa é a origem da palavra seno, que provém de uma tradução equivocada do árabe para o latim, quando se confundiu o termo *jiba* (corda) com *jaib* (dobra, cavidade; sinus em latim). (LIMA apud DANTE, 2008 p.201).

Percebe-se, conforme já dito, que a Trigonometria, desde seu remoto surgimento, vem sendo empregada em necessidades práticas cotidianas e seu desenvolvimento esteve ligado a avanços tecnológicos que marcaram o contexto social na antiguidade. Cita-se a topografia, a qual, por meio de seu estudo e uso prático, pode-se calcular distâncias inacessíveis ou de difícil medição, devido às dimensões e ângulos envolvidos, como, por exemplo, largura de rios, altura e comprimento de pontes, altura de edifícios, montanhas e outras.

Neste aspecto, Dante (2008) ressalta que:

Atualmente, a Trigonometria não se limita a estudar somente os triângulos; sua aplicação se estende a vários campos da Matemática (como a Geometria e a Análise). Encontramos, também, aplicações da Trigonometria em Eletricidade, Mecânica,

Acústica, Música, Engenharia Civil, Topografia e em muitos outros campos de atividades, aplicações essas desenvolvidas em conceitos que dificilmente lembram os triângulos que deram origem à Trigonometria. (DANTE, 2008, p.187).

Sua importância prática, portanto, transcende o tempo e sua utilização em vários campos da ciência faz com que a Trigonometria figure na rotina de alunos da Educação Básica e de outras áreas. Para ampliar essa discussão, apresenta-se, a seguir, um levantamento sobre a Trigonometria nos currículos de Matemática no Ensino Médio.

2.2 A TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

O Ensino Médio no Brasil passou por reformulações em sua instituição com o passar do tempo, desenvolvendo estruturas e documentos legais que buscaram e buscam estabelecer parâmetros, diretrizes e metas para o seu funcionamento. Todos esses documentos se apresentam sob a forma de leis, decretos e resoluções, com o objetivo de garantir um dos direitos sociais instituídos no artigo 6º da Constituição de 1988, que garante a todos o direito à Educação.

Nesse contexto, a lei nº 9.394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) (BRASIL, 1996), determina, em seu artigo 35, como finalidades para o Ensino Médio:

- I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
- II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
- IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina. (BRASIL, 1996, s.p.).

No ano de 1998, com intuito de auxiliar na elaboração e organização pedagógica e curricular das unidades escolares, foram instituídas as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) (BRASIL, 1998), estabelecendo, em seu art. 5º, que as escolas, para cumprir as finalidades do Ensino Médio previstas em lei, deveriam organizar seus currículos de modo a:

- I - ter presente que os conteúdos curriculares não são fins em si mesmos, mas meios básicos para constituir competências cognitivas ou sociais, priorizando-as sobre as informações;

- II - ter presente que as linguagens são indispensáveis para a constituição de conhecimentos e competências;
- III - adotar metodologias de ensino diversificadas, que estimulem a reconstrução do conhecimento e mobilizem o raciocínio, a experimentação, a solução de problemas e outras competências cognitivas superiores;
- IV - reconhecer que as situações de aprendizagem provocam também sentimentos e requerem trabalhar a afetividade do aluno. (BRASIL, 1998, p.2).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também defendem esse mesmo aspecto. Buscam delimitar estratégias de ensino que contribuam para a construção social e cultural dos estudantes, objetivando estruturar uma base sólida de conhecimentos voltados para o desenvolvimento pessoal e profissional dos discentes.

Dessa forma, “Nos PCNEM, o aluno deixa de ser encarado como um espectador passivo e passa a ser concebido como o produtor de uma Aprendizagem Significativa em direção ao conhecimento abstrato”. (REIS; ALLEVATO, 2011, p.5).

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o mais recente documento e ainda em discussão, que tem, como objetivo, regulamentar a Educação Básica. Ela define, como princípios fundamentais para o atual Ensino Médio:

[...] oferecer ao/a estudante condições para ampliar, consolidar e complementar sua formação, contribuindo, especialmente, para o desenvolvimento de suas capacidades de abstração, reflexão, interpretação, proposição e ação, essenciais a autonomia pessoal, profissional, intelectual e política. (BRASIL, 2016, p.490).

Como meta para o Ensino Médio, os documentos citados trazem, como evidente preocupação, o desenvolvimento da capacidade dos estudantes em entender a realidade que os cerca, através dos conteúdos de cada área de conhecimento. Propõem, também, que a escola propicie aos alunos um ambiente de aprendizagem que faça conexão com a realidade individual.

Ao analisar estes aspectos, portanto, tendo em vista o ensino de Matemática, observa-se que as propostas de ensino buscam consolidar o entendimento da realidade. A legislação educacional visa dar ao ensino da Matemática uma perspectiva crítica, propiciando aos estudantes a capacidade de resolver situações do cotidiano com elementos matemáticos e de outras ciências.

Vale ressaltar que a legislação vigente em âmbito nacional não apresenta um currículo rígido de Matemática e sim orientações para a construção de tais documentos, indicando a necessidade de estabelecer um currículo mínimo comum, crucial ao desenvolvimento intelectual e profissional dos estudantes.

Em termos gerais, as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orientam os

órgãos federativos e as instituições de ensino que flexibilizem seus currículos para atender as especificidades locais, contemplando aspectos da realidade local.

No estado de Minas Gerais adota-se um currículo, denominado Conteúdos Básicos Comuns (CBC), que define os eixos temáticos e os conteúdos a serem ensinados em cada etapa do ensino e em qualquer uma delas propõe-se que se desenvolva nos estudantes habilidade de resolução de problemas, sendo estes contextualizados ou não. O CBC, ao fazer referência à contextualização dos conhecimentos, a define como:

[...] um dos recursos que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Em Matemática, a contextualização é um instrumento bastante útil, desde que interpretada num sentido mais amplo e não empregada de modo artificial e forçado, ou que não se restrinja apenas a um universo mais imediato (“cotidiano”). (MINAS GERAIS, 2005, p.40).

As propostas nos PCN para o ensino de Trigonometria no Ensino Médio defendem a promoção do desenvolvimento das habilidades e competências dos estudantes visando a Aprendizagem Significativa. Sugere-se, para tanto, trabalhar aspectos práticos da Trigonometria dando enfoque às suas aplicabilidades, fornecendo, assim, subsídios para que os estudantes compreendam aspectos abstratos deste conteúdo.

Buscando atender tais especificidades, garantindo um ambiente de aprendizagem, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), com relação à Trigonometria, ressaltam aspectos mais específicos dos temas e a sua relevância, afirmando que:

No que se refere ao estudo das funções trigonométricas, destaca-se um trabalho com a Trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, co-seno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do co-seno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos no ensino médio. Na introdução das razões trigonométricas seno e co-seno, inicialmente para ângulos com medida entre 0° e 90° , deve-se ressaltar que são as propriedades de semelhança de triângulos que dão sentido a essas definições; segue-se, então, com a definição das razões para ângulos de medida entre 90° e 180° . A partir das definições e de propriedades básicas de triângulos, devem ser justificados os valores de seno e co-seno relativos aos ângulos de medida 30° , 45° e 60° .

A apresentação das leis dos senos e dos co-senos pode ser motivada com questões relativas à determinação das medidas de elementos de um triângulo.

Por exemplo: conhecendo-se a medida de dois lados de um triângulo e a medida do ângulo formado por esses lados, sabe-se que esse triângulo é único e, portanto, é possível calcular a medida dos demais elementos do triângulo. Também é recomendável o estudo da razão trigonométrica tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da Trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola. Por exemplo, como calcular a largura de um rio? Que referências (árvore, pedra) são necessárias para que se possa fazer esse cálculo em diferentes condições – com régua e transferidor ou com calculadora? (BRASIL, 2006, p.73).

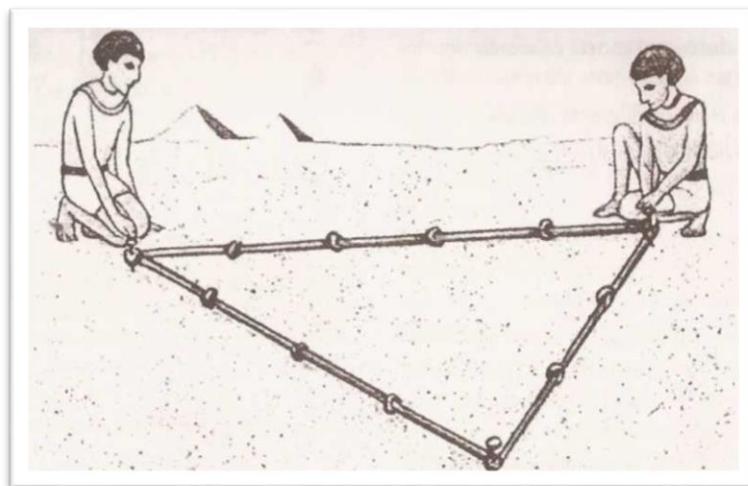
Assim, essa pesquisa busca investigar a proposta de utilização de um Teodolito Caseiro, visando atender grande parte das especificações curriculares, como as apresentadas anteriormente. Acreditando-se que seu uso poderá levar os estudantes à compreensão de alguns aspectos práticos da Trigonometria em atividades do cotidiano, com o intuito de consolidar a aprendizagem deste conteúdo.

2.3 A HISTÓRIA DO TEODOLITO

O teodolito é um instrumento de medida cuja função principal é medir ângulos. Antes de apresentar o instrumento, propõe-se um pequeno apanhado histórico de seus antecessores para entender sua evolução e importância através dos tempos.

As primeiras técnicas e instrumentos para medida de ângulos surgiram, possivelmente, em 1500 a.C. no antigo Egito. Os egípcios deste período utilizavam a sombra projetada pelo sol em uma mesa de pedra com marcações para medir o tempo e as estações do ano, prática muito útil para agricultura. Utilizavam para marcação de ângulos de 90 graus, o que hoje chamamos de terno pitagórico, usando uma corda marcada com vários nós equidistantes. Os responsáveis pela medição e demarcação das terras para agricultura eram chamados, devido a isto, esticadores de cordas (FIG.1).

Figura 1 - Esticadores de Cordas



Fonte: TOLEDO, 1997, p.19.

Segundo Wallis (2005), em seu artigo “*History of Angle Measurement*”, o primeiro instrumento de medida de ângulos conhecido foi, possivelmente, a Groma Egípcia (FIG.2), um instrumento usado na construção de obras maciças, como as pirâmides. A Groma tinha sua

aplicação limitada, pois era necessário que o terreno fosse plano e sua precisão era também limitada pela distância.

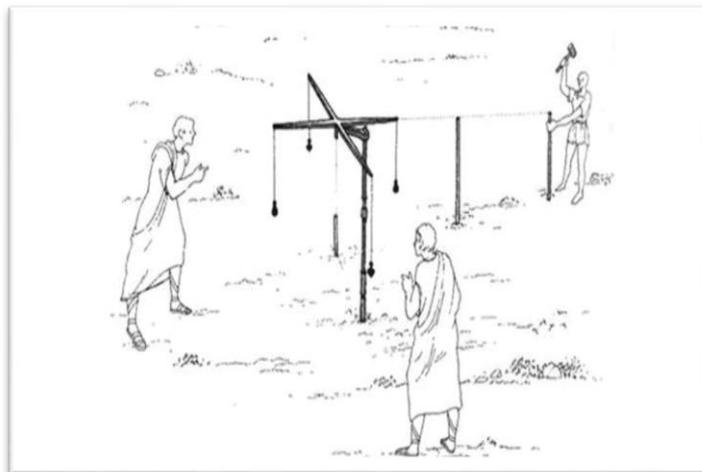
Figura 2 - Groma Egípcia



Fonte: UFRGS, 2016, s.p.

Apesar de suas limitações, a Groma foi utilizada na marcação de ângulos retos por centenas de anos e muito utilizada na construção de estradas Romanas, função para a qual se adaptava muito bem, como indicado na figura 3.

Figura 3 - Groma Romana

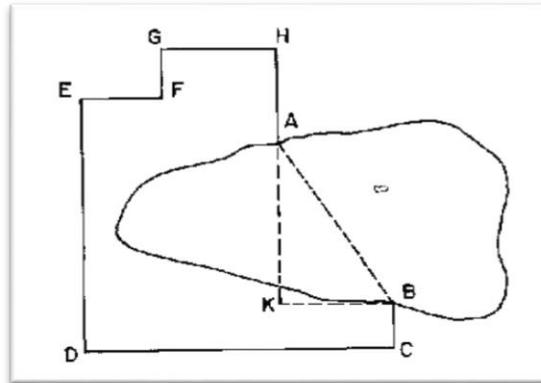


Fonte: MUSEO BOSCORALES, 2015, s.p.

No livro “Meu professor de Matemática e outras histórias”, o professor Elon Lages Lima (1991) relata a história de Eupalinos, que, utilizando um instrumento chamado Dioptra, projetou a escavação de um túnel aqueduto no século V a.C., na ilha de Samos pertencente à Grécia. Seu

grande feito foi abrir o túnel em duas frentes de trabalho de escavação, as quais se encontraram no meio do caminho com grande precisão de cálculo (FIG.4).

Figura 4 - Túnel de Eupalinos

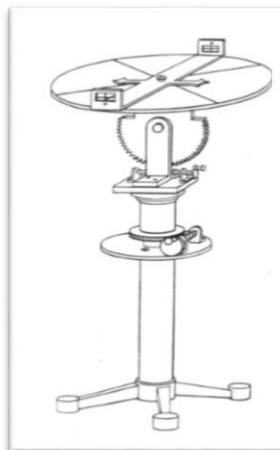


Fonte: Adaptado de Lima, 1991, p.62.

Também os Romanos desenvolveram técnicas e instrumentos muito eficazes para auxiliar em suas construções. No caso do túnel descrito, além da precisão em relação ao ângulo de direção de A para B e de B para A, também era necessária precisão em relação à inclinação horizontal do túnel, pois a água deveria correr do ponto A para o ponto B.

A Dioptra (FIG.5) (palavra grega que significa instrumento para ver através) utilizada por Eupalinos foi descrita por Heron de Alexandria (10-70 d.C.), assim como o processo executado para se encontrar os pontos de escavação do túnel descrito.

Figura 5 - Dioptra

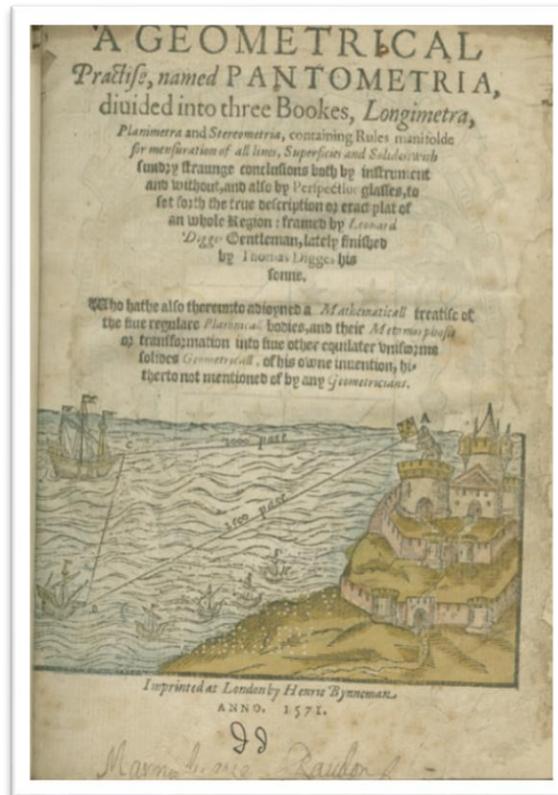


Fonte: HELLENICA WORLD, 2016, s.p.

A primeira menção de um instrumento chamado teodolito foi feita por Leonard Digges (1571), em seu livro “Pantometria” (FIG.6), no qual descreve o instrumento ao qual chamou de

“Theodolitus”. O instrumento tinha um círculo graduado montado em uma coluna vertical, a qual era fixada em um semicírculo também graduado. Os ângulos medidos eram obtidos através de um par de observadores montado sobre uma régua que girava sobre uma escala.

Figura 6 - Livro de Pantometria



Fonte: MAA ORG, 2016, s.p.

Ainda em seu livro, Digges explica o processo para obtenção de distâncias e alturas utilizando seu instrumento e a Trigonometria.

Os primeiros Teodolitos eram obras de arte feitos por artesãos. Construídos em bronze e com seus ângulos marcados a mão, possuíam uma significativa margem de erro e sua precisão estava ligada à capacidade e precisão do artesão que o fabricava. Este problema foi contornado em 1773, quando Jesse Ramsden inventou uma máquina de divisão que permitiu maior precisão na marcação dos ângulos e na produção de Teodolitos. Essa evolução tecnológica colocou a Inglaterra na vanguarda da produção deste instrumento. Apesar das várias melhorias em relação às dimensões e peso e também do aumento de sua precisão na medição dos ângulos, as características do instrumento permaneceram praticamente inalteradas até 1950, quando foram adotadas medidas eletrônicas de distância.

Atualmente, o Teodolito (FIG.7) é um instrumento óptico de medida de ângulos com opção entre aparelhos analógicos e digitais. O instrumento é capaz de fazer medições de ângulos, tanto horizontais como verticais, com uma precisão de até 3 segundos de arco por quilômetro, o que resulta em um erro de, no máximo, 0.0008 graus no ângulo por quilômetro.

Figura 7 - Teodolitos



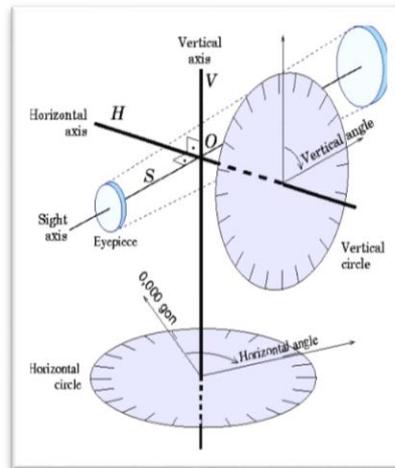
**Legenda: A – Teodolito
B – Estação Total
Fonte: SPGEO, 2016, s.p.**

A Estação Total (FIG.7 - B) une as funções do Teodolito Eletrônico Digital e do Distanciômetro Eletrônico no mesmo instrumento além de várias outras funções digitais que permitem a realização de medidas e cálculos automaticamente.

2.3.1 O Teodolito Caseiro

Com o intuito de proporcionar aos alunos a experiência de medir distâncias inacessíveis, mesmo que de forma simulada, os pesquisadores decidiram desenvolver um instrumento caseiro que se aproximasse da estrutura e funcionamento de um Teodolito atual e que permitisse o desenvolvimento das atividades de forma didática com maior grau de precisão das medidas encontradas.

O instrumento criado possui a mesma estrutura física dos eixos de medição de um teodolito (FIG.8) e tomou-se o cuidado para que despertasse a curiosidade e interesse dos alunos para seu funcionamento e manuseio. O instrumento faz medidas de ângulos horizontais e verticais, além de contar com sistema de nivelamento próprio.

Figura 8 - Eixos de um Teodolito

Fonte: HEUREKA MATEMÁTICA, 2012, s.p.

Confeccionado em grande parte com madeira (FIG.9), possui dois transferidores escolares adaptados, sendo um para aferição de ângulos na vertical e outro na horizontal. Há, em cada teodolito, duas bolhas de nível que, com o auxílio de três parafusos em tripé, têm a funcionalidade de nivelar o instrumento em relação ao solo e, por fim, um tubo de metal, que preso ao transferidor de aferição vertical, funciona como mira na visualização do ponto de referência a ser utilizado para realização da medida.

Figura 9 - Teodolito Caseiro

Fonte: Arquivo dos autores

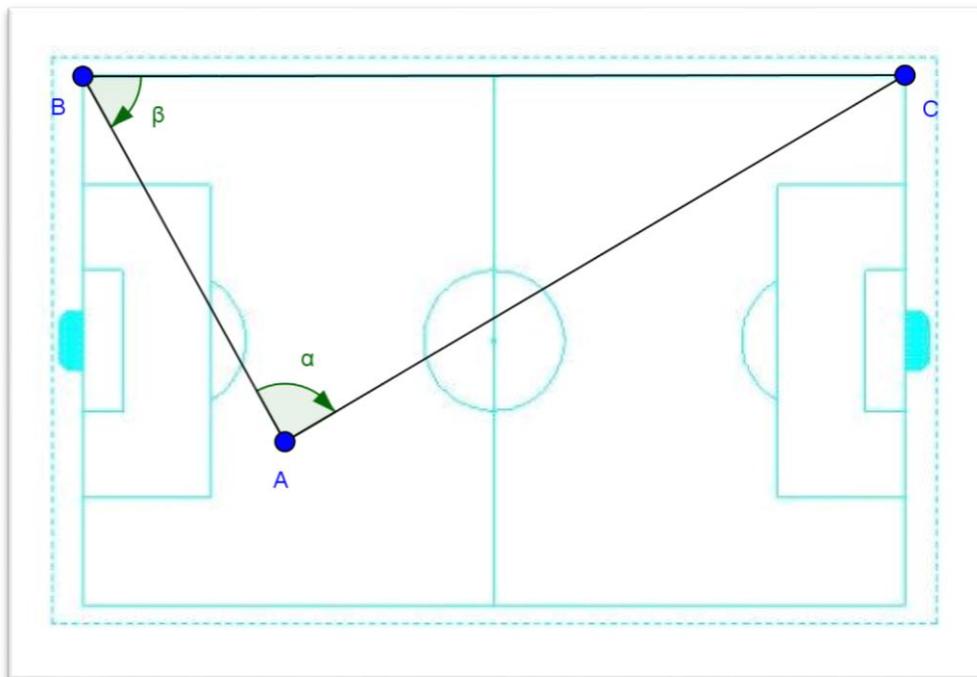
Apesar da construção um pouco mais elaborada, os teodolitos caseiros utilizados na pesquisa são constituídos de materiais simples, de fácil aquisição e baixo custo de produção se comparado ao custo de compra de um instrumento de precisão comercial.

2.3.1.1 Instruções de uso do Teodolito Caseiro

Apresentam-se, a seguir, as instruções para a utilização do Teodolito Caseiro com a finalidade de calcular distâncias inacessíveis. O teodolito é utilizado para medir os ângulos necessários na composição do diagrama matemático da situação problema. Além dos ângulos, é necessário medir uma das distâncias envolvidas com auxílio de uma trena ou outro instrumento de medição similar. Esta medida é fundamental para que se resolva a situação problema e encontre a medida inacessível desejada.

Para instrução do passo-a-passo de aferição dos ângulos utilizando o Teodolito Caseiro, a figura 10 representa uma situação de medição prática que se deseja saber a medida da distância **BC**, simulando-se que esta seja inacessível. Nesta situação-problema será necessária a aferição do ângulo horizontalmente.

Figura 10 - Esquema de Medição do comprimento da Quadra



Fonte: Adaptado pelos autores.

Procedimento 1:

Definir qual a distância que será calculada como inacessível (neste caso, a distância **BC**);

Procedimento 2:

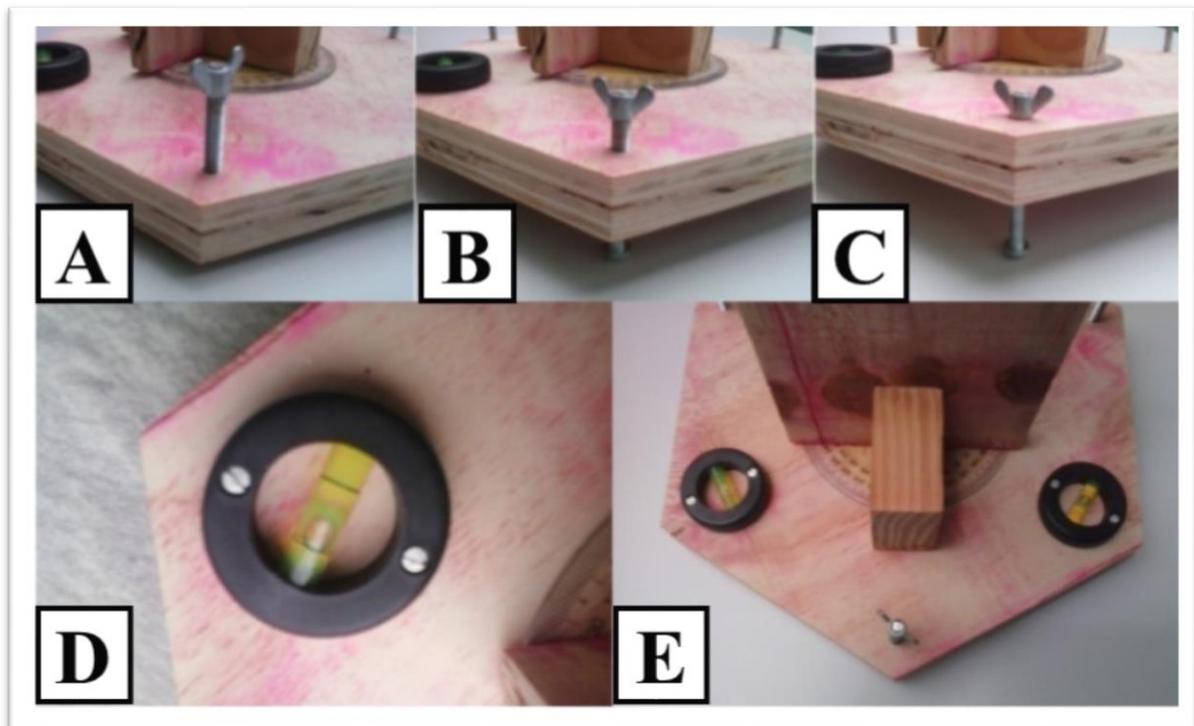
Posicionar o instrumento em um local adequado (neste caso, pontos **A** e **B**).

Observação: A escolha dos pontos de medição deve ser criteriosa para que facilite a montagem do diagrama matemático e a aferição da distância necessária para o cálculo das outras distâncias. Sempre que possível, é desejável que estes dois pontos estejam em um mesmo plano;

Procedimento 3:

Nivelar o Teodolito Caseiro utilizando os parafusos em tripé. Para ajustar a altura, deve-se girar a borboleta de cada parafuso observando o movimento das bolhas de nível até que estas estejam centralizadas, como mostra a figura 11.

Figura 11 - Nivelamento da base



Legenda: A, B e C – Movimento do Parafuso Tripé

D e E – Bolhas de Nivelamento

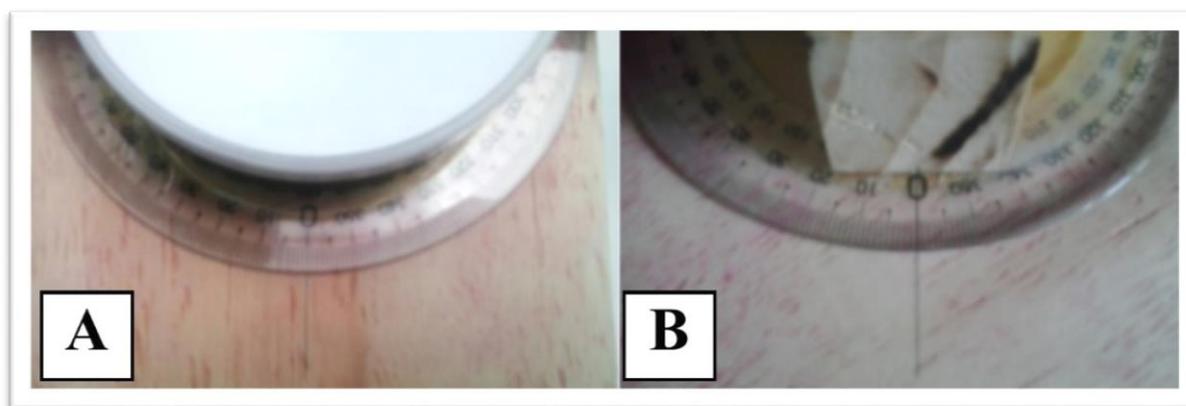
Fonte: Arquivo dos autores

Observação: A disposição dos parafusos, cada um em um vértice de um triângulo equilátero, garante que, ao nivelar o instrumento, a base fique em um plano horizontal.

Procedimento 4:

Para facilitar a aferição dos ângulos, posicionar ambos os transferidores com o zero alinhado à linha de fé do instrumento (FIG.12). Em seguida, escolha um ponto de referência, alguma marca ou objeto localizado no ponto C que possa ser visualizado de ambos os pontos A e B que serão utilizados para aferição dos ângulos.

Figura 12 - Posicionamento Inicial dos transferidores



Legenda: A – Linha de fé do Transferidor vertical
B – Linha de fé do Transferidor horizontal
Fonte: Arquivos dos autores

Procedimento 5:

Focalizar, através do tubo de mira, um dos extremos ou ponto de referência escolhido. Seguindo o modelo proposto inicialmente: a partir do ponto B visualiza-se o ponto de referência escolhido para o ponto C e, em seguida, gire levemente a borboleta do parafuso central da base para que afrouxe e permita que o eixo horizontal de medição do teodolito gire. Visualize o segundo ponto de referência A e registre a medida indicada pela linha de fé no transferidor conforme exemplo da figura 13.

Figura 13 - Exemplo de aferição de ângulo



Fonte: Arquivo dos autores

Procedimento 6:

Após registrar o primeiro ângulo, o teodolito caseiro deve ser deslocado para o segundo ponto de medição (ponto A). Em seguida, repita os procedimentos de 2 a 5 para se obter o segundo ângulo.

Procedimento 7:

Finalmente, meça com uma trena ou similar a distância entre os pontos **A** e **B** e preencha o diagrama com os ângulos e a medida encontrados. Aqui se utilizará da resolução de triângulos como estratégia para calcular o comprimento do lado **BC**, fazendo-se necessário determinar pelo menos três elementos do triângulo formado, sendo um deles um lado.

Observação: Os procedimentos apresentados referem-se a cálculos de distâncias horizontais. Para realizar o cálculo de distâncias verticais, os procedimentos são análogos.

2.4 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

O ensino da Trigonometria é pouco discutido no âmbito da Educação Matemática. A pesquisa de Reis e Allevalo (2011) revela que do ano 1987 ao ano 2009 foram registradas no Banco de teses da Capes somente 22 (vinte e duas) Dissertações de Mestrado e 3 (três) Teses de Doutorado, abordando o ensino de Trigonometria.

No trabalho mencionado, os autores retratam que as pesquisas realizadas até então tiveram maior foco na resolução de problemas, o uso de tecnologias e a abordagem histórica como subsídio no processo de ensino e aprendizagem. Em seguida, aparecem as pesquisas que têm, como foco, a reflexão sobre a prática docente e sua influência no ensino de Trigonometria. Em último lugar está a modelagem Matemática, associada, especificamente, ao ensino da Trigonometria.

Observa-se, assim, a partir desta análise, que se tem poucas pesquisas relacionadas ao ensino de Trigonometria no Ensino Básico, além de abordarem poucos campos de estudo. Logo, percebe-se a necessidade de se buscar novas possibilidades de se ensinar este conteúdo.

A atual demanda do Ensino Médio requer competências e habilidades que essas linhas de enfoque podem não atender ou satisfazer. As propostas curriculares atentam para a necessidade de desenvolver a capacidade em resolver problemas e aliar o uso das tecnologias ao ensino, mas não afirmam que estes são suficientes para garantir a plena aprendizagem ou os estabelece como meta educacional. Faz-se necessário, portanto, buscar metodologias que propiciem aos alunos alcançar uma Aprendizagem Significativa.

Sobre o significado de Aprendizagem Significativa, Pereira (2012) a retrata como sendo aquela que leva o estudante a relacionar, de forma cognitiva, os conhecimentos prévios aos novos conhecimentos que vão sendo apresentados a eles, valendo ressaltar que essa ideia foi desenvolvida por David Ausubel (1918-2008) e apresentada em 1985.

De acordo com a Aprendizagem Significativa proposta por Ausubel, citado por Pereira (2012), os processos de aprendizagem devem seguir uma estrutura que dê suporte aos estudantes quanto ao entendimento do que está sendo trabalhado em sala. O tema da aula deve ser apresentado de maneira a instigar o interesse dos estudantes. Para tanto, deve-se esclarecer qual assunto será trabalhado, fazendo com que os alunos o relacione com conhecimentos já adquiridos, sendo necessário explicar os meios pelos quais serão trabalhados, bem como a finalidade de todo este processo.

Percebe-se que o ensino de Matemática está diretamente ligado a esta linha de pensamento. Os conteúdos de Matemática, em sua maioria, são dependentes uns dos outros, fazendo com que os alunos que não tenham uma base sólida de conhecimentos básicos apresentem dificuldade em prosseguir seus estudos. Cabe ao professor criar um ambiente de aprendizagem que instigue, então, os alunos a fazerem as relações de um tema novo a outro já estudado.

Na proposta de uma Aprendizagem Significativa, deve-se propiciar aos alunos “Pontos de Ancoragem”, e determinar objetos de estudo potencialmente significativos para os alunos. Lakomy (2014, p.49) traz que para Ausubel, Pontos de Ancoragem são estruturas cognitivas previamente estabelecidas pelos alunos. Além disso,

A Aprendizagem Significativa está intimamente relacionada com os pontos de ancoragem- que são formados com a incorporação, à nossa estrutura cognitiva, de conceitos, ideias ou informações relevantes para a aquisição de novos conhecimentos, ou seja, para que possamos aprender conceitos novos. (LAKOMY, 2014, p.49).

Em Trigonometria, há uma gama de conceitos anteriores que se fazem necessários para o entendimento de suas ideias básicas, como, por exemplo, o Teorema de Pitágoras e a Semelhança de Triângulos, que são fundamentais para se entender as relações trigonométricas e definir propriedades de triângulos retângulos. Assim, esses conceitos podem ser considerados “Pontos de Ancoragem” para o conteúdo de Trigonometria.

O Teorema de Pitágoras aplicado a um triângulo retângulo, cujos catetos são dados em função do seno e do cosseno de um de seus ângulos agudos e da hipotenusa, leva ao estabelecimento da Relação Fundamental da Trigonometria. Ao estender as definições de semelhança e o teorema de Pitágoras, pode-se definir propriedades de triângulos acutângulos e obtusângulos que levam à definição da Lei dos Cossenos e Lei dos Senos.

Com intuito de fornecer subsídios para tornar o ensino de Trigonometria mais significativo para os alunos, tem-se a proposta do uso do Teodolito Caseiro como ferramenta

auxiliar ao seu ensino. Seu uso está associado à contextualização desse conteúdo, relacionando-o à sua aplicação prática em atividades de medição indireta.

Para que haja uma Aprendizagem Significativa, Ausubel, citado por Souza (2015, p.27), define duas instâncias fundamentais, a saber: “Que o material instrucional seja potencialmente significativo e que exista a pré-disposição do aprendiz para aprender”.

A proposta de explorar o uso do Teodolito Caseiro tem, como potencial, relacionar a Trigonometria às atividades de medição direta para aferir distâncias desconhecidas. Medições diretas são atividades comuns em práticas do cotidiano dos estudantes, geralmente intermediada por trenas, fitas métricas, réguas e outros instrumentos.

Supõe-se que alunos apresentem intuitivamente um senso de distância estimada (largura, altura e comprimento). Ao fazer essa suposição, acredita-se, também, que os alunos costumem manusear instrumentos de medição, como trenas, fitas métricas, réguas, dentre outros em seu cotidiano, possibilitando perceber que esses instrumentos têm o papel de “Ponto de Ancoragem” no aprendizado das atividades práticas de medições com o Teodolito Caseiro. A partir destes conhecimentos, entende-se que os alunos podem relacioná-los para desenvolver as atividades práticas sugeridas envolvendo medições diretas de distâncias de ângulos e aplicando conhecimentos de Trigonometria para descobrir distâncias inacessíveis.

Nessas condições, o Teodolito Caseiro pode propiciar uma Aprendizagem Significativa, sendo seu uso potencialmente significativo e supondo que pode despertar o interesse dos estudantes em manuseá-lo.

Por fim, faz-se necessário o professor averiguar o desempenho dos alunos, e ao propor atividades práticas, desenvolver mecanismos diferenciados de avaliação, de acordo com a dinâmica da aula. Nesse sentido, de acordo com Melchior (2002, p.18), “A avaliação necessária é aquela que consegue verificar como o aluno é capaz de movimentar-se num campo de estudos e estimulá-lo, através de uma reflexão conjunta sobre o que ele realizou, a encontrar o caminho de seu próprio desenvolvimento”.

Analisando esse pensamento de Melchior, percebe-se que a avaliação de atividades práticas deve ser estruturada de maneira a conseguir analisar todo seu processo. O envolvimento dos alunos, as tomadas de decisões, bem como o entendimento que eles desenvolvem durante o andamento das tarefas propostas são quesitos básicos que eles precisam alcançar com esta proposta de atividade.

Dessa forma, analisou-se o desenrolar das atividades, a postura tomada diante das situações problema propostas, assim como os registros produzidos durante estas atividades.

3 METODOLOGIA

A pesquisa assumiu um caráter qualitativo, tendo, como proposta, o uso de um instrumento de medição, o Teodolito Caseiro, relacionado ao ensino de Trigonometria em uma turma de 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Josefina Pimenta. Sendo assim de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p.32) a pesquisa que melhor atende as características do objeto de estudo pretendido é aquela que busca “[...] explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens”.

Delimitou-se a turma de 2º ano do Ensino Médio a partir da sugestão do professor de Matemática da escola, que argumentou que os alunos não alcançaram os requisitos básicos deste tema nas etapas anteriores de seu ensino.

Em um primeiro instante, foi feita uma análise dos conhecimentos previamente adquiridos pelos alunos em relação ao tema mediante uma avaliação diagnóstica, utilizada como instrumento de coleta de dados com o intuito de identificar competências e habilidades em Trigonometria dos estudantes sujeitos da pesquisa.

Após a aplicação da prova diagnóstica, tabulou-se os dados coletados, cuja análise mostrou a necessidade de se trabalhar competências e habilidades relacionadas ao cálculo dos valores das razões seno, cosseno e tangente de ângulos agudos de um Triângulo Retângulo. Em Triângulos Acutângulos e Obtusângulos revelou-se a necessidade de utilizar as Leis dos Senos e dos Cossenos para calcular medidas desconhecidas de um triângulo. Definiu-se como estratégia explorar atividades de medição nas dependências da escola.

Os pesquisadores construíram 6 (seis) Teodolitos Caseiros com o intuito de utilizar este instrumento em atividades de medição dentro do espaço escolar. Levando em consideração as etapas da Aprendizagem Significativa sugeridas por Ausubel, citado por Pereira (2012) e o que já fora debatido anteriormente, acredita-se que este instrumento de estudo seja potencialmente significativo para o ensino de Trigonometria. Dessa forma, os pesquisadores buscaram criar um ambiente de aprendizagem que levasse os alunos a resolver problemas usando conhecimentos de Trigonometria, manipulando instrumentos de medição como o Teodolito Caseiro, a trena e o transferidor.

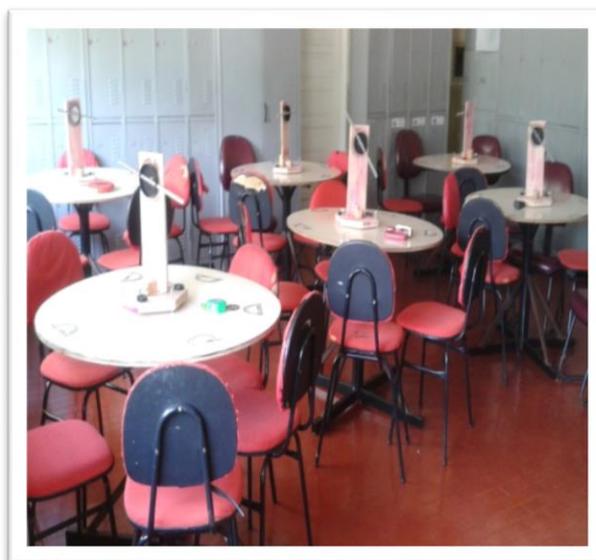
A aplicação da pesquisa consistiu em uma sequência didática ministrada pelos pesquisadores, que demandou um total de 6 horas/aula, divididas em três aplicações de 2 horas/aula cada.

3.1 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A primeira aplicação desta sequência didática, com 2 horas/aula de 50 minutos cada, teve como direcionamento a retomada dos conceitos das relações trigonométricas em triângulos retângulos e em triângulos quaisquer. Para tanto, foi realizada uma aula expositiva/dialogada na sala de videoconferência da escola utilizando-se um projetor multimídia para a apresentação de slides contendo os conceitos das relações trigonométricas que seriam trabalhadas. Essa retomada foi feita com intuito de servir como pontos de ancoragem, para que os alunos conseguissem, posteriormente, utilizar estes conhecimentos prévios para a resolução dos problemas práticos que seriam apresentados mais à frente nesse trabalho.

Para esta aplicação, a sala foi organizada de modo que a turma se dividisse em grupos de 5 alunos cada, totalizando 6 grupos, para que cada grupo ficasse com um teodolito podendo manuseá-lo durante a aula, conforme a figura 14:

Figura 14 - Organização da Sala de Apresentação



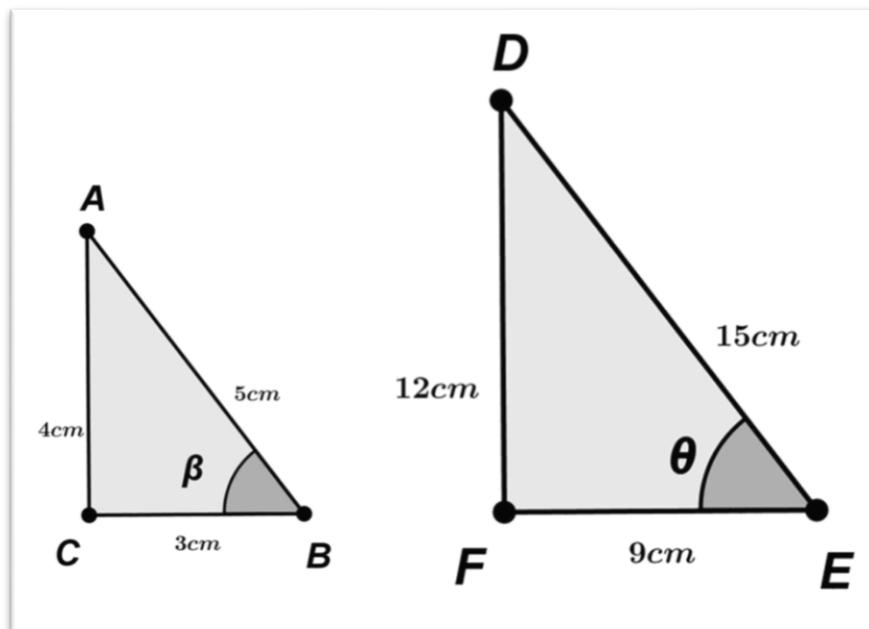
Fonte: Arquivo dos autores.

O Teodolito Caseiro ficou à disposição para que os alunos pudessem ter seu primeiro contato com o instrumento. Os pesquisadores iniciaram a aplicação perguntando aos alunos se eles conheciam aquele objeto que estava sobre a mesa. Apenas um aluno respondeu que conhecia, pois já havia manuseado um teodolito eletrônico antes. Disse, também, sobre a função daquele instrumento, sendo questionado sobre qual conteúdo matemático estava por trás de todos os cálculos utilizados para encontrar as distâncias com o teodolito. Sendo assim, mais alunos participaram da conversa, dizendo que era a Trigonometria.

A partir destes questionamentos, os pesquisadores disseram sobre a importância da Trigonometria para se obter medidas de distâncias com o auxílio do Teodolito Caseiro e, assim, foi dado início à revisão dos conceitos trigonométricos.

Para retomar os conceitos das razões trigonométricas, apresentou-se um triângulo retângulo para a identificação de seus lados e ângulos (FIG.15). Feito isso, os alunos disseram quais são as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Logo após, solicitou-se a realização dos cálculos das razões em dois triângulos semelhantes para que, em seguida, manifestassem o que observaram em comum nos cálculos dos dois triângulos.

Figura 15 - Triângulos apresentados aos alunos



Fonte: Elaborado pelos autores.

Enquanto alguns alunos ainda faziam os cálculos, outros já começaram a sinalizar dizendo que encontraram os mesmos valores de seno, cosseno e tangente nos dois ângulos destacados nos dois triângulos apresentados. Sendo assim, os pesquisadores retomaram o conceito de semelhança de triângulos com os alunos.

Neste momento, a professora titular da turma solicitou que os pesquisadores retomassem a imagem dos triângulos retângulos apresentados, iniciando uma revisão com os alunos sobre o Teorema de Pitágoras, visto a sua importância para se encontrar as relações trigonométricas. Em seguida, os pesquisadores apresentaram as características dos triângulos acutângulos e triângulos obtusângulos.

Após o exposto, houve, então, um momento de reflexão, no qual os alunos deveriam observar que as definições de razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) só se aplicam

aos triângulos retângulos. Então, para calcular as medidas de lados e ângulos de um triângulo não retângulo seria necessário estudar as leis dos senos e dos cossenos, para que, posteriormente, pudessem realizar qualquer cálculo de distância utilizando o Teodolito Caseiro. Seguiu-se, assim, a apresentação das Leis dos Senos e dos Cossenos aos alunos pelos pesquisadores.

Com a finalidade de contextualizar e ilustrar as aplicações das leis dos senos e dos cossenos em triângulos quaisquer, foram reproduzidas duas vídeo-aulas do Telecurso relacionadas ao tema¹.

Logo após a reprodução dos vídeos, foi solicitada aos alunos a resolução de uma atividade impressa, que envolveu a medição dos ângulos de triângulos utilizando o transferidor. Esta atividade teve como finalidade avaliar o uso adequado do transferidor para medir ângulos. A execução dessa atividade pelos alunos pode ser vista na figura 16.

Figura 16 - Alunos na 1ª Aplicação



Fonte: Arquivos dos autores

Com o término da atividade de medição de ângulos, iniciou-se uma discussão técnica do funcionamento de um teodolito e a finalidade de cada uma de suas partes. Os alunos foram convidados a manusear o Teodolito Caseiro (FIG.17), explorando a aferição de ângulos, tanto na vertical como na horizontal. Para finalizar esta primeira aplicação da sequência didática, os pesquisadores deram explicações sobre como é feita a utilização do teodolito e informaram que nas próximas aulas os alunos teriam a oportunidade de utilizá-lo para aferir algumas distâncias no ambiente escolar.

¹ GLOBO. **Vídeo Telecurso** - Aula 42. Disponível em: <<http://educacao.globo.com/telecurso/videos/ensino-medio/t/matematica/v/telecurso-ensino-medio-matematica-aula-42/1291116/>>. Acesso em 25 out. 2016.
GLOBO. **Vídeo Telecurso** - Aula 43. Disponível em: <<http://educacao.globo.com/telecurso/videos/ensino-medio/t/matematica/v/telecurso-ensino-medio-matematica-aula-43/1291117/>>. Acesso em 25 out. 2016.

Figura 17 - Alunos na 1ª Aplicação

Fonte: Arquivos dos autores

Para a segunda aplicação desta sequência didática, também foi utilizada a sala de videoconferência. Inicialmente, a atividade impressa de medição de ângulos internos de triângulos quaisquer usando o transferidor foi retomada, sendo solicitado aos alunos que conferissem a soma dos ângulos internos de cada triângulo, para que eles pudessem analisar se tinham aferido corretamente os ângulos de cada um.

Ao findar esta atividade, houve novamente a explicação de como manusear os teodolitos caseiros. Após esta explicação, foi pedido que cada grupo fizesse a medição da altura da parede da sala, utilizando os Teodolitos Caseiros, trena e os conhecimentos de Trigonometria. Cada grupo ficou posicionado em um lugar diferente da sala para realizar a medição da altura das paredes da sala (FIG. 18).

Figura 18 - Alunos na 2ª Aplicação

Fonte: Arquivo dos autores

Solicitou-se, ainda, aos alunos que fizessem um esquema no caderno, em forma de registro, representando a situação que eles estavam analisando. Após a medição e a realização dos cálculos, foi proposto que cada grupo conferisse a altura real da parede com o auxílio da

trena, para analisar as respostas que obtiveram ao realizar os cálculos com auxílio dos teodolitos e das trenas aplicando conhecimentos trigonométricos.

Esta aula contou com a monitoria dos pesquisadores com o intuito de fazer com que os alunos entendessem e utilizassem corretamente os instrumentos de medição.

Já para a terceira e última aplicação, foi planejada uma aula prática que consistiu na aferição de algumas distâncias fora da sala de aula, mas dentro do ambiente escolar. Para isso, novamente a turma foi dividida em 6 grupos, sendo cada um disposto em um lugar diferente do pátio para a realização desta atividade.

A princípio, os pesquisadores deram a instrução de como iria proceder a aula. Solicitou-se que todos os grupos realizassem a medida da altura do telhado do galpão do pátio da escola e, em seguida, eles teriam que aferir a largura do mesmo pátio tomando os pilares de cada ponto do pátio como referência. Nesta terceira etapa, diferentemente do que ocorreu na segunda aplicação, os pesquisadores procuraram não interferir no desenvolvimento da atividade pelos alunos, deixando-os testar seus conhecimentos por tentativa e possíveis erros.

Para coleta das medidas necessárias para realizar os cálculos, os alunos deveriam utilizar os teodolitos caseiros e as trenas e, então, realizar os cálculos com intuito de descobrir as medidas. Mais uma vez, os alunos foram instigados a utilizar seus conhecimentos prévios sobre o conteúdo de Trigonometria e a fazer registros no caderno para que servissem de auxílio ao entendimento dos dados coletados com os instrumentos de medição.

Após os cálculos realizados da altura do telhado e da largura do pátio, os próprios alunos tiveram a ideia de conferir as medidas reais com o auxílio de uma trena de 50 m. Assim que aferiram as medidas reais, fizeram uma comparação com as medidas calculadas com dados dos teodolitos caseiros, aplicando conceitos de Trigonometria. Neste momento, eles questionaram o porquê de terem obtido uma medida aproximada e os pesquisadores explicaram que tal medida não poderia ser exata devido às características do instrumento caseiro e também devido às dificuldades relacionadas às medidas de ângulos.

A partir das dúvidas dos estudantes, os pesquisadores aproveitaram a oportunidade para instigar os alunos a pensar sobre o que provocou a diferença entre a distância obtida por eles em relação à medida real. Sendo assim, os alunos foram conferindo as medições feitas e fazendo alterações nos cálculos, tanto nas medidas dos ângulos, como na distância aferida, para fazer a análise de qual delas teve maior influência no resultado obtido.

Os grupos que terminaram estas duas atividades propostas tiveram interesse em realizar outras medidas dentro do espaço escolar e os pesquisadores os deixaram livres para determinar o que gostariam de medir.

Observa-se, portanto, a partir dessa descrição das atividades, que os alunos ficaram interessados e motivados pela atividade proposta e embora surgissem dúvidas e até mesmo alguns erros nos procedimentos em alguns momentos, não deixaram a atividade de lado e até executaram medidas extras que não estavam previstas inicialmente, quando da sua elaboração na atividade.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados desta pesquisa por meio de análises das aplicações realizadas na turma do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Josefina Pimenta, descritas no capítulo anterior. A proposta desta pesquisa esteve relacionada ao questionamento de se o Teodolito Caseiro seria uma ferramenta eficaz para o ensino da Trigonometria, em busca de uma Aprendizagem Significativa.

A primeira aplicação teve como objetivo identificar os conhecimentos prévios dos alunos e se deu mediante uma Avaliação Diagnóstica (APÊNDICE A). Nesse sentido, segundo Luckesi (2005, p.81) “[...] a avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem”.

A avaliação revelou que os estudantes conheciam os conceitos de Trigonometria, mas não sabiam aplicá-los corretamente, indicando dificuldades em identificar elementos de triângulos, como, por exemplo, ângulos, catetos, hipotenusa e a relação entre lados e ângulos. Observou-se, ainda, que os estudantes apresentaram dificuldades em relacionar os conhecimentos de Trigonometria em situações contextualizadas apresentadas nas questões da Avaliação Diagnóstica (Questões 3, 5 e 7).

A partir dos resultados os pesquisadores propuseram fazer um apanhado geral dos conceitos de Trigonometria que os alunos já haviam estudado para que os alunos fossem capazes de relacioná-los posteriormente com as atividades sugeridas.

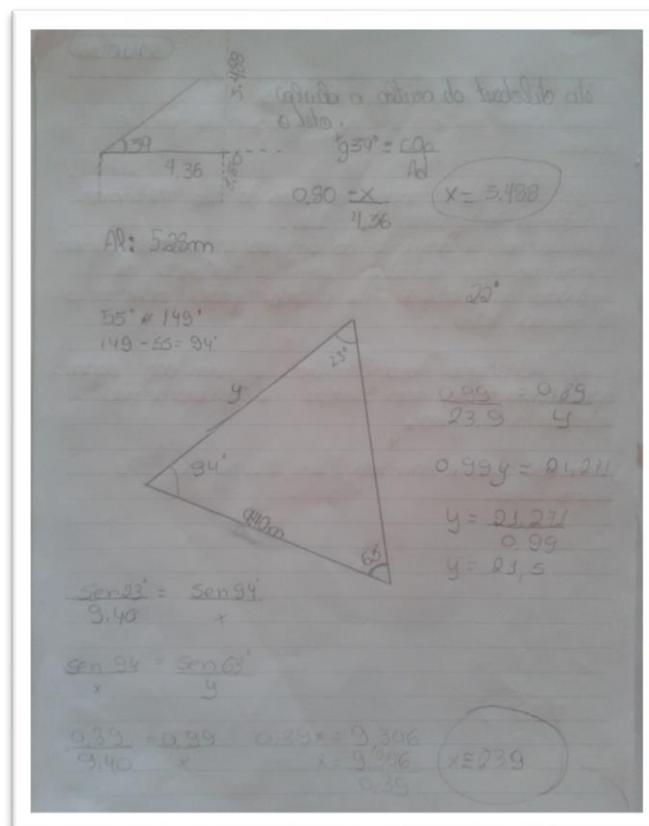
Durante essa retomada, percebeu-se que os alunos recordaram as razões trigonométricas e as propriedades de triângulos retângulos e triângulos quaisquer. Na primeira aplicação da sequência didática, houve uma interação entre os alunos e os aplicadores. Em nenhum momento os pesquisadores deram os conceitos de maneira a apenas passar informações, assim como defende Paulo Freire (2015, p.47), quando coloca que, “[...] ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.” Sendo assim, buscou-se um ambiente de aprendizagem em que os alunos fossem instigados a lembrar destes conceitos que já haviam estudado, ressaltando que em todos os momentos, estes se mostraram interessados e participaram ativamente do processo.

Atreiou-se a essa metodologia de ensino aulas práticas com o intuito de que os alunos tivessem um momento de contextualização da Trigonometria, como propõe os PCN (BRASIL, 1997), assegurando-lhes o entendimento das aplicações da Trigonometria e não focando apenas nas teorias e fórmulas. Acredita-se que, dessa maneira, a própria aula em si é capaz de responder

às perguntas frequentes em aulas de Matemática: “Para que esse conteúdo serve?”, “Qual a utilidade desse conteúdo na minha vida?”.

No decorrer das aulas práticas, os alunos se envolveram nas atividades de medições agindo cooperativamente uns com os outros, sendo que, enquanto um fazia a medição dos ângulos com auxílio do Teodolito Caseiro os outros mediam a distância entre eles e o ponto de referência com a trena, e ainda outros faziam o registro esquematizado no caderno, conforme a figura 19, em busca de encontrar as medidas solicitadas pelos aplicadores.

Figura 19 - Resolução da 3ª Atividade



Fonte: Dados da Pesquisa.

Assim que conseguiram calcular as medidas, alguns grupos tiveram a iniciativa de conferir o resultado encontrado medindo as distâncias com auxílio da trena para ver se eles haviam calculado corretamente, e analisar se o Teodolito Caseiro realmente funcionaria como ferramenta de medição. A figura 20 mostra alunos de um dos grupos conferindo a altura real entre o piso e teto do pátio.

Figura 20 - Alunos medindo a altura do telhado do pátio



Fonte: Arquivo dos autores.

Percebeu-se, portanto, que o Teodolito Caseiro é um instrumento que pode ser utilizado para cálculo de medidas inacessíveis, porém, deve-se considerar a possibilidade de erros, devido às características físicas e de manuseio do instrumento. Após esta reflexão, houve um momento de euforia entre os estudantes que mostraram interesse em fazer outras medições no espaço escolar, além das solicitadas pelos aplicadores. Assim, os pesquisadores incentivaram a iniciativa e alguns grupos chegaram a realizar medidas extras sem monitoria.

Pretendeu-se, ao longo da sequência didática, atender às orientações sugeridas pelos documentos oficiais, como, por exemplo, as do PCN (BRASIL, 1997), que propõem que o ensino de Matemática deve promover o desenvolvimento das habilidades, competências, raciocínio e autonomia dos estudantes perante o conteúdo que está sendo ensinado, fazendo ligações com suas aplicações práticas.

Observou-se, assim, diante do exposto, que essa atividade prática propiciou a autonomia dos estudantes, visto que partiu deles o interesse em continuar as medições sem nenhum auxílio dos aplicadores. Acredita-se que através da utilização da teoria de Aprendizagem Significativa e das propostas dos documentos oficiais, os pesquisadores, por meio da aplicação prática, puderam oferecer aos alunos a chance de absorver as ideias básicas deste conteúdo que é considerado por muitos de difícil assimilação e sem aplicações no cotidiano, o que não é verídico, conforme demonstrado no decorrer de todo trabalho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como propósito verificar a contribuição que a ferramenta auxiliar “Teodolito Caseiro” pode oferecer na aprendizagem e consolidação do conteúdo de Trigonometria junto a uma turma do 2º ano do Ensino Médio da E. E. Josefina Pimenta.

Levando em consideração a característica de avaliação diagnóstica apresentada por Luckesi (2005) e a importância desta na tomada de decisão para encaminhamentos adequados no processo de ensino, a avaliação diagnóstica aplicada nesta pesquisa identificou o estágio em que os alunos se encontravam. Verificou-se que eles apresentavam dificuldades em caracterizar triângulos e descrever matematicamente os aspectos do espaço físico em termos geométricos.

Com a aplicação da sequência didática, criou-se um ambiente de aprendizagem a fim de sanar as defasagens apresentadas pelos alunos. Verificou-se que no desenvolvimento da pesquisa, o uso do Teodolito Caseiro estimulou os alunos a relacionarem os conhecimentos adquiridos em sala de aula com a atividade prática de medição de distâncias inacessíveis, propiciando a interação entre conhecimento teórico e conhecimento empírico.

Durante a pesquisa, percebeu-se que a utilização da ferramenta auxiliar foi uma estratégia eficiente, visto que despertou o interesse dos estudantes, propiciou um ambiente de discussão entorno do conteúdo de Trigonometria e possibilitou a contextualização entre a teoria e a prática deste conteúdo, fazendo com que os alunos percebessem uma das utilidades que a Trigonometria possui para solução de problemas no cotidiano.

Constata-se, assim, que a utilização do Teodolito Caseiro como ferramenta auxiliar no ensino de Trigonometria pode proporcionar uma Aprendizagem Significativa, visto que exemplifica a aplicabilidade deste conteúdo matemático e proporciona maior compreensão dos conceitos propostos.

O uso desse instrumento pode, portanto, ser um novo recurso a constar no rol de materiais didáticos disponíveis aos professores de Matemática. Acreditando no fato de que esse instrumento possa realmente contribuir com o ensino de Trigonometria, semelhança de triângulos e outros tópicos da Matemática do Ensino Básico. Diante dos resultados, infere-se que essa se trata de uma proposta viável e que pode ser levada à Educação Básica com boa receptividade pelos alunos, tornando o ensino de Trigonometria significativo e mais interessante, aos estudantes para perceberem sua utilidade prática.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. MEC. **BNCC- Base Nacional Comum Curricular**. 2.ed., Brasília: Ministério da Educação, 2016. 652p. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em: 14 out. 2016.
- BRASIL. MEC. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica**. Brasília: Ministério da Educação, 2013. 546p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 20 mai. 2016.
- BRASIL. MEC. **Lei no 9.394**, de 20 de dezembro de 1996, estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 23 out. 2016.
- BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 23 mai. 2016.
- BRASIL. MEC. **Resolução CNE/CEB nº 3**, de 26 de junho de 1998. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb03_98.pdf>. Acesso em: 23 out. 2016.
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (volume 2).
- BRASIL. Secretaria da Casa Civil. **Constituição da República Federativa do Brasil**. 1988. 35.ed. São Paulo: Saraiva, 2005. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm>. Acesso em: 23 out. 2016.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. São Paulo: Editora Ática, 2008.
- DIGGES, Thomas. **Pantometria**. 1751. Disponível em: <<http://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-thomas-digges-pantometria>>. Acesso em 13 out. 2016.
- Domingues. 5.ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.
- EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 51.ed. Rio de Janeiro, RJ: Paz e Terra, 2015.
- GERHARDT, Tatiana Engel. SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>>. Acesso em 05 dez. 2016.

GLOBO. **Vídeo Telecurso** - Aula 42. Disponível em:
<<http://educacao.globo.com/telecurso/videos/ensino-medio/t/matematica/v/telecurso-ensino-medio-matematica-aula-42/1291116/>>. Acesso em 25 out. 2016.

GLOBO. **Vídeo Telecurso** - Aula 43. Disponível em:
<<http://educacao.globo.com/telecurso/videos/ensino-medio/t/matematica/v/telecurso-ensino-medio-matematica-aula-43/1291117/>>. Acesso em 25 out. 2016.

GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos; PASTORE, José Luiz. **Atividades experimentais de matemática nos anos finais do ensino fundamental**. – São Paulo: Edições SM, 2012. (Somos Mestres)

GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática: 6 Dando Corda na Trigonometria**. São Paulo: Editora Ática, 9ª ed. 2010.

HELLENICA WORLD. **Dioptra**. Disponível em:
<<http://www.hellenicaworld.com/Greece/Technology/en/HeronAlexandria.html>>. Acesso em 23 out. 2016.

HEUREKA MATEMÁTICA. **Eixos de medição de um teodolito**. 2012. Disponível em:
<<http://heurekamatematica.blogspot.com.br/2012/03/teodolito.html>>. Acesso em 23 out. 2016.

LAKOMY, Ana Maria. **Teorias cognitivas da aprendizagem**. Curitiba: InterSaberes, 2014. (Série Construção Histórica da Educação).

LIMA, Elon Lages. Meu professor de Matemática e outras histórias. In: _____. **Túnel de Eupalinos**, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991, p.62.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: estudos e proposições**. 17.ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MELCHIOR, Maria Celina. **Avaliação Pedagógica: Função e Necessidade**. 3.ed. Porto Alegre: Editora Mercado Aberto Ltda, 2002.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **CBC - Conteúdos Básicos Comuns**. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, 2005.

MUSEO BOSCOREALE. **Groma Romana**. Tweet do Museo Boscoreale, post do dia 17/06/2015. Disponível em: <<https://twitter.com/MuseoBoscoreale/media>>. Acesso em 23 out. 2016.

PEREIRA, Cícero da Silva. **Aprendizagem em Trigonometria no Ensino Médio: Contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa**. Jundiaí: Paco Editorial, 2012.

PINHEIRO, Evandro. **O ensino de Trigonometria na educação básica a partir da visualização e interpretação geométrica do ciclo trigonométrico**. 2008. 87f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - Pós-graduação em Ciências e Matemática, Belo Horizonte. Disponível em:

<http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_PinheiroE_1.pdf>. Acesso em: 21 mai. 2016.

REIS, Luciano André Carvalho; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **O Ensino da Trigonometria no Ensino Médio: um levantamento sobre a produção acadêmica no banco de teses da Capes (1987-2009)**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA, 2011, São Paulo. **Anais...** 2011. v. único. p.1-14. Disponível em: <http://www.sinprosp.org.br/congresso_matematica/revendo/dados/files/textos/Sessoes/O%20ENSINO%20DA%20TRIGONOMETRIA%20NO%20ENSINO%20M%C3%89DIO_%20UM%20LEVANTAMENTO%20S.pdf>. Acesso em 25 out. 2016.

SOUZA, Irlan Cordeiro de. **Aplicações teóricas e práticas da Trigonometria para um ensino significativo e interdisciplinar**. 2015. 168 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA, UNIR - Porto Velho. Disponível em: <<http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#/>>. Acesso em 23 out. de 2016.

SPGEO. **Teodolito**. Disponível em: <<http://www.spgeo.com.br/>>. Acesso em 25 out. 2016.

TOLEDO, M. **Didática de matemática: como dois e dois: a construção da Matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

UFRGS. **Groma Egípcia**. Disponível em: <<http://www.ufrgs.br/igeo/m.topografia/index.php/topografia>>. Acesso em 23 out. 2016.

WALLIS, David A. **History of Angle Measurement**. From Pharaohs to Geoinformatics FIG Working Week 2005 and GSDI-8 - Cairo, Egypt April 16-21, 2005.

APÊNDICES

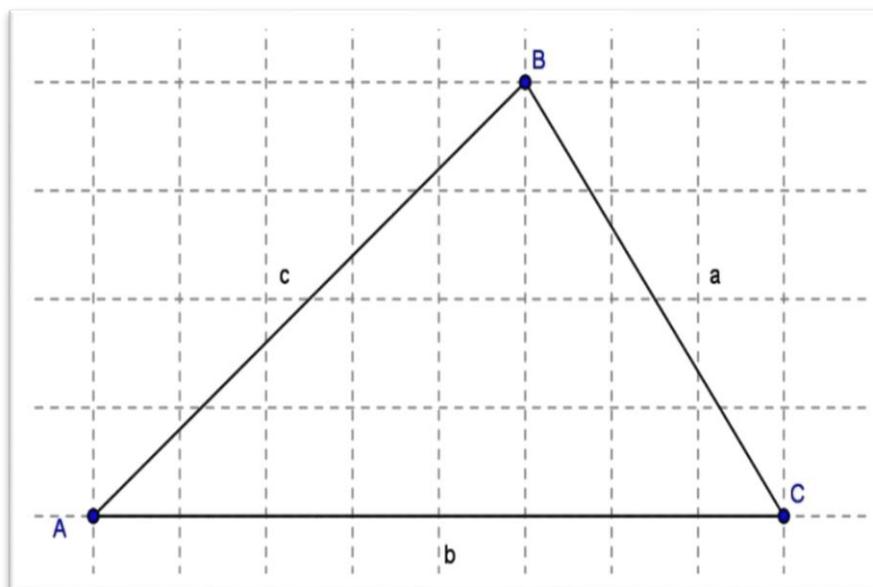
APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Escola: E. E. JOSEFINA PIMENTA	Disciplina: MATEMÁTICA
Professor: _____	Ano: 2º Ano / Turma: _____
Aluno: _____	Resultado: _____

Instruções: Prezado(a) aluno(a), antes de iniciar a prova, preencha o cabeçalho com seu nome, professor e turma. Esta prova possui 9 (nove) questões que têm como objetivo verificar os conhecimentos que você possui acerca do conteúdo de Trigonometria. Responda todas as questões com bastante atenção e antes de entregar a prova, confira se marcou todas as suas respostas. Todos os cálculos deverão ser feitos na própria prova e não se esqueça de deixar registrado todo o seu raciocínio.

QUESTÃO 1²

Na figura, está representado o triângulo ABC , de lados $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ e $\overline{AC} = b$ e ângulos $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $\widehat{BCA} = \alpha$, $\widehat{CAB} = \beta$.



² As questões de números 2, 6, 8 e 9 foram elaboradas pelos pesquisadores. As demais foram retiradas do Sistema PAEE. Disponíveis em: http://paaeonline.institutoavaliar.org.br/online_v2/default.aspx. Acesso em 22 mar. 2016.

Considere as afirmações sobre esse triângulo retângulo ABC :

I. $\text{sen } \alpha = \frac{c}{b}$

II. $\text{cos } \alpha = \frac{a}{b}$

III. $\text{tan } \alpha = \frac{c}{a}$

IV. $\text{tan } \beta = \frac{c}{b}$

São corretas as afirmações:

A) I, II e III.

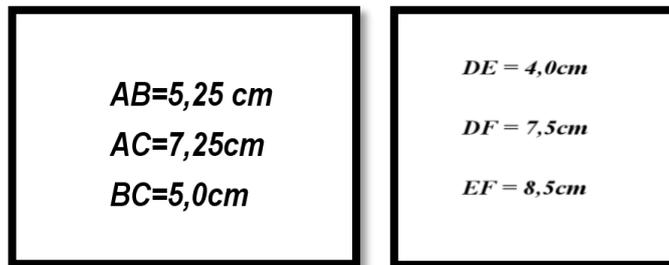
B) I, II e IV.

C) I, III e IV.

D) II, III e IV.

QUESTÃO 2

Em cada ficha estão indicadas as medidas dos lados de um triângulo retângulo.



Calcule:

a) $\text{sen } \hat{C}$

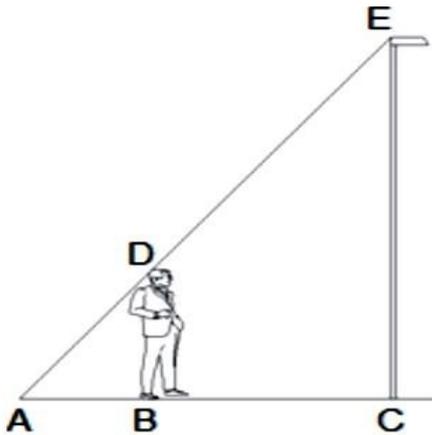
b) $\text{cos } \hat{C}$

c) $\text{cos } \hat{F}$

d) $\text{tan } \hat{F}$

QUESTÃO 3

Nesta figura há as projeções das sombras de uma pessoa e de um poste em uma determinada hora do dia, pela presença da luz solar. O segmento \overline{AC} representa a sombra do poste e o segmento \overline{AB} representa a sombra da pessoa.

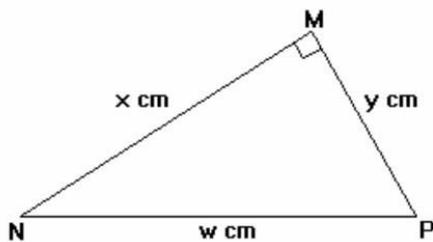


Sabendo que a pessoa tem 2 m e que as medidas de alguns segmentos são $\overline{AB} = 1\text{ m}$ e $\overline{BC} = 3\text{ m}$, o segmento \overline{CE} , correspondente à altura do poste, mede

- A) $\sqrt{5}\text{ m}$. B) 6 m . C) 8 m . D) $4\sqrt{5}\text{ m}$.

QUESTÃO 4

O triângulo PMN , a seguir, é retângulo em M .



Conforme o triângulo PMN identifica-se que

- A) $\tan \hat{P} = \text{sen } \hat{P} \cdot \cos \hat{N}$ B) $\tan \hat{P} = \text{sen } \hat{P} \cdot \text{sen } \hat{N}$
- C) $\tan \hat{P} = \frac{\text{sen } \hat{P}}{\text{sen } \hat{N}}$ D) $\tan \hat{P} = \frac{\cos \hat{N}}{\text{sen } \hat{P}}$

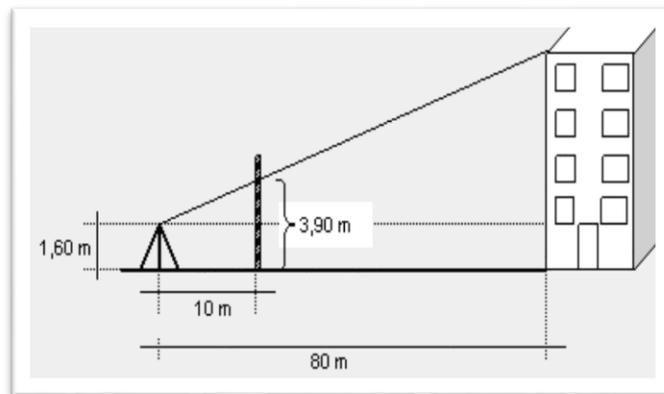
Ângulo	Oposto	Adjacente
α		
β		
σ		
Ψ		

QUESTÃO 7

Para determinar a altura de um prédio, um topógrafo realizou as seguintes operações:

- Instalou um aparelho a **80** metros do prédio e a **1,60** metros acima do chão.
- Apontou o aparelho para o topo do prédio.
- Posicionou uma régua vertical a **10** metros do aparelho e observou que a linha que liga o aparelho ao topo do prédio determinava, na régua, uma altura de **3,90** metros a partir do chão.

A figura abaixo ilustra essa situação.



A medida da altura desse prédio é

- A) **18,40 m** B) **20,00 m** C) **31,20 m** D) **32,00 m.**

QUESTÃO 8

Descreva com suas palavras as características de um triângulo retângulo.

QUESTÃO 9

Selecione uma das questões realizadas na prova e comente a respeito do conteúdo matemático envolvido.

ANEXOS

ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Firmam o presente Termo de Compromisso Livre e Esclarecido, para a realização de atividades de pesquisa intitulada “**O USO DO TEODOLITO CASEIRO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**”, com os alunos do 2º Ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Josefina Pimenta, pais ou responsáveis, professores e a Direção da Escola, ficando estabelecido:

1) Eu, _____, aluno(a) do 2º ano do Ensino Médio, estou ciente que participarei das atividades da pesquisa proposta, comprometendo-me executá-las dentro dos padrões da ética e das boas relações humanas.

2) Eu, _____, () Mãe/Pai ou () Responsável, autorizo meu filho(a), participar de atividades da pesquisa proposta denominada “**O USO DO TEODOLITO CASEIRO COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA**”. “Estou ciente da sua participação nesta pesquisa”, no período de fevereiro de 2016, bem como, autorizo para fins acadêmicos, o uso de sua imagem pessoal.

3) Nós, Bruno de Sousa Ferreira, Max da Fonseca Drumond e Nathalia Luiza Soares Peixoto, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, nos comprometemos a realizar a pesquisa, baseando-nos na ética e nas boas relações humanas. Comprometemos, ainda, zelar pelas produções e imagens dos participantes.

4) Eu, _____, professora de Matemática dos alunos participantes desta pesquisa, estou ciente e de acordo com a mesma.

5) Eu, _____, Diretor da “Escola Estadual Josefina Pimenta”, estou ciente deste trabalho no âmbito desta instituição. Autorizo a utilização das dependências internas, para os fins de pesquisa, de eventuais imagens e vídeos da estrutura física.

Assim, por estarem cientes, assinam o presente termo.

São João Evangelista, ____ de _____ de 2016.

Aluno (a)

Pais ou responsáveis

Diretor/Carimbo

Professora

Responsáveis pela execução da pesquisa: _____

