

Angélica Alves de Queirós  
Arita Flora de Andrade  
Débora de Godoy Diniz Matos

**GEOMETRIA ESPACIAL: a abordagem dos poliedros na  
perspectiva da Resolução de Problemas.**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentada como exigência parcial para  
obtenção do título de **Licenciando(a)(s)  
em Matemática** ao Instituto Federal de  
Minas Gerais - *Campus* São João  
Evangelista sob a orientação do Prof. Me.  
Amilton Ferreira da Silva Júnior

SÃO JOÃO EVANGELISTA  
2013

### FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pelo Serviço Técnico da Biblioteca do  
Instituto Federal Minas Gerais – Campus São João Evangelista

Q3g QUEIRÓS, Angélica Alves de, 1989-

Geometria espacial: a abordagem dos poliedros na perspectiva da resolução de problemas./ Angélica Alves de Queirós; Arita Flora de Andrade ; Débora de Godoy Diniz Matos. São João Evangelista, MG: IFMG - Campus São João Evangelista, 2013.  
92 p.: il.

Trabalho de Conclusão de Curso - TCC (graduação) apresentado ao Instituto Federal Minas Gerais – Campus São João Evangelista – IFMG, Curso de Licenciatura em Matemática, 2013.  
Orientador: Prof. Me. Amilton Ferreira da Silva Júnior

1. Geometria. 2. Geometria espacial. 3. Matemática. 4. Poliedros.  
I. Instituto Federal Minas Gerais – Campus São João Evangelista.  
Curso de Licenciatura em Matemática. II. Título.

CDD 516.2

Angélica Alves Queiroz  
Arita Flora de Andrade  
Debora de Godoy Diniz Matos

10.626.896/0006-87

IFMG - Campus São João Evangelista  
Av. 1º de Junho, 1043 - Centro  
São João Evangelista/MG  
36705-000 (33) 3412-2000

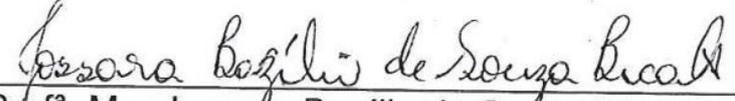
**Geometria Espacial: a abordagem dos poliedros na perspectiva da Resolução de Problemas.**

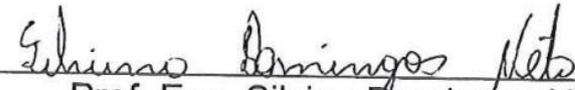
Trabalho de conclusão de curso apresentada como exigência parcial para obtenção do título de **Licenciado (a)(s) em Matemática** à Banca Examinadora do Instituto Federal de Minas Gerais - *Campus São João Evangelista*.

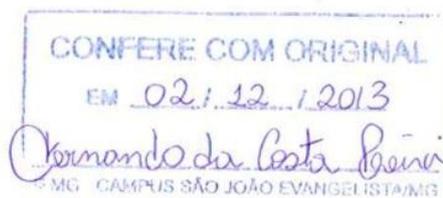
Aprovada em ..04...1...11.....12013.

**BANCA EXAMINADORA**

  
Orientador Prof. Me. Amilton Ferreira da Silva Junior  
Instituição: IFMG – *Campus São João Evangelista*

  
Prof<sup>ª</sup>. Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho  
Instituição: IFMG – *Campus São João Evangelista*

  
Prof. Esp. Silvano Domingos Neto  
Instituição: IFMG – *Campus São João Evangelista*



*Dedicamos este trabalho à nossa família pelo incentivo e colaboração.*

*Aos nossos amigos pelo apoio incondicional.*

*Aos nossos professores que contribuíram e enriqueceram nossos conhecimentos em toda nossa vida acadêmica.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos a Deus que, em meio às dificuldades, sempre esteve conosco, iluminando e abençoando durante esses quatro anos de curso.

Aos Professores Mestres Amilton Ferreira e José Fernandes, pela orientação e colaboração.

À nossa família pelo apoio, incentivo e por terem nos proporcionado essa oportunidade, pois os mesmos não mediram esforços para a conquista deste sonho.

Aos participantes da pesquisa que, com dedicação e carinho, contribuíram para a realização desse trabalho.

Aos funcionários da Escola Estadual “Josefina Pimenta” que nos acolheram tornando possível o desenvolvimento dessa monografia.

A nós que estivemos unidas na realização desse trabalho, por tudo que pudemos compartilhar: a convivência, as alegrias, as frustrações e as descobertas. Valeu a pena todo o sofrimento, todas as renúncias, pois hoje estamos colhendo juntas os frutos do nosso empenho.

E um agradecimento muito especial aos nossos amigos, colegas, companheiros e claro “concorrentes” da turma LM 101 – Turma de 2010, a vocês o nosso muito obrigado por tudo!

As Autoras

*“Apesar dos nossos defeitos, precisamos enxergar que somos pérolas únicas no teatro da vida e entender que não existem pessoas de sucesso ou pessoas fracassadas. O que existem são pessoas que lutam pelos seus sonhos ou desistem deles”. (CURY, 2013).*

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo pesquisar o ensino de Geometria Espacial na perspectiva da Resolução de Problemas, e foi desenvolvido com alunos do Ensino Médio da Escola Estadual “Josefina Pimenta”, em São João Evangelista – MG. A pesquisa foi conduzida segundo a metodologia de Thomas A. Romberg. Durante a realização do trabalho, procuramos verificar as dificuldades e potencialidades de cada aluno e o seu desempenho na aplicação dos conteúdos. Desenvolvemos uma reflexão sobre profissões que envolvem a Geometria Espacial, assim abordamos a Arquitetura, que está nitidamente relacionada com as formas geométricas. O trabalho foi desenvolvido em duas etapas, na primeira trabalhamos com quatro sujeitos da terceira série do Ensino Médio, onde aplicamos um material didático. Durante a aplicação do material didático elaborado para investigar a questão da pesquisa procuramos proporcionar aos alunos participantes uma aprendizagem sem enfatizar a repetição e memorização de exercícios, mas estimular o raciocínio e a curiosidade, de forma que eles pudessem construir os conhecimentos geométricos. Salientamos a importância da aplicação do material didático, pois tivemos a oportunidade de trabalhar com o material concreto, onde os alunos envolvidos realizaram trabalhos manuais para a construção de sólidos e observamos o quanto eles interagem nesta perspectiva, demonstrando interesse em aprender. Na segunda fase aplicamos questionários para as turmas dos segundos e terceiros anos do período matutino e vespertino, com objetivo de analisar a percepção geométrica destes alunos.

Palavras Chave: Geometria Espacial. Resolução de Problema. Material Concreto. Ensino Médio.

## **ABSTRACT**

The present work had the objective to research the teaching of Space Geometry in the perspective of troubleshooting which , was developed with high school students from the Escola Estadual " Josefina Pimenta " in São João Evangelista - MG . The research was conducted using the methodology of Thomas A. Romberg. While performing the study, we sought to verify difficulties and potentialities of each student and their performance in implementing the contents. We developed a reflection about professions that involve space geometry, thus we approached architecture, which is clearly related to the geometric shapes. The study was conducted in two stages; in the first we worked with four individuals in the third year of high school, where we applied the didactic material. During the implementation of the didactic material drawn up to investigate the research question, we sought to provide students participants a learning process without emphasizing repetition and memorization of exercises, but stimulating thought and curiosity, so that they could build geometric knowledge. We emphasized the importance of applying the didactic material because we had the opportunity to work with concrete materials, where the students performed manual labor to build solid things and we observed how they interact, showing an interest in learning. In the second stage we gave quizzes to the second and third year students in the morning and evening, in order to analyze their geometric perceptions.

**Keywords:** Space Geometry. Resolution of Problem. Concrete Material. High School.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Prédio Escolar Osvaldo Pimenta-IFMG/MG.....	23
FIGURA 2 - Prédio Escolar do IFMG/MG.....	24
FIGURA 3 - Paróquia São João Evangelista/MG.....	24
FIGURA 4 - Esquema da metodologia de Tomas A. Romberg.....	30
FIGURA 5 - Organograma das etapas da pesquisa.....	31
FIGURA 6 - Atividade 1.....	37
FIGURA 7 - Resolução da atividade 1 pela aluna "A".....	38
FIGURA 8 - Atividade dos poliedros.....	39
FIGURA 9 - Sólidos Geométricos.....	40
FIGURA 10 - Sólidos Geométricos.....	40
FIGURA 11 - Construção do tetraedro.....	41
FIGURA 12 - Construção do octaedro.....	41
FIGURA 13 - Construção do icosaedro.....	42
FIGURA 14 - Construção do icosaedro.....	42
FIGURA 15 - Construção do icosaedro finalizada pelo aluno "J".....	43
FIGURA 16 - Construção da casa pelo aluno "J".....	43
FIGURA 17 - Construção do octaedro.....	44
FIGURA 18 - Construção do octaedro.....	45
FIGURA 19 - Atividade 2.....	46
FIGURA 20 - Resposta do aluno "J", à atividade 2.....	47
FIGURA 21 - Resposta do aluno "A", à atividade 2.....	47
FIGURA 22 - Resposta do aluno "D", à atividade 2.....	48
FIGURA 23 - Atividade 3.....	48
FIGURA 24 - Resposta do aluno "D", à atividade 3.....	49
FIGURA 25 - Resposta do aluno "J", à atividade 3.....	49
FIGURA 26 - Resposta do aluno "A", à atividade 3.....	49
FIGURA 27 - Atividade 5.....	54
FIGURA 28 - Resposta do aluno "D" à atividade 5.....	55
FIGURA 29 - Resposta do aluno "J" à atividade 5.....	56
FIGURA 30 - Resposta do aluno "A" à atividade 5.....	57
FIGURA 31 - Atividade 6.....	57
FIGURA 32 - Atividade 6, resolvida pelo aluno "J".....	58

FIGURA 33 - Atividade 6, resolvida pelo aluno "A".....	59
FIGURA 34 - Atividade 6, resolvida pelo aluno "D".....	59
FIGURA 35 - Atividade 7.....	60
FIGURA 36 - Atividade 8.....	61
FIGURA 37 - Poliedros Duais.....	61
FIGURA 38 - Atividade 9.....	62
FIGURA 39 - Atividade 10.....	63
FIGURA 40 - Atividade10 resolvida pelo aluno "A".....	64
FIGURA 41 - Atividade 10 resolvida pelo aluno "J ".....	65
FIGURA 42 - Atividade 10 resolvida pelo aluno "D".....	65
FIGURA 43 - Atividade de planificação.....	72
FIGURA 44 - Cubo e a formiga .....	73

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Atividade 4.....	50
TABELA 2 - Resposta do aluno “D” à atividade 4 .....	61
TABELA 3 - Rsposta do aluno “A” à atividade 4.....	52
TABELA 4 - Resposta do aluno “J” à atividade 4 .....	53

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - Turmas de 2º ano .....	66
GRÁFICO 2 - Turmas de 3º ano .....	66
GRÁFICO 3 - Turmas de 2º ano .....	67
GRÁFICO 4 - Turmas de 3º ano .....	67
GRÁFICO 5 - Turmas de 2º ano .....	68
GRÁFICO 6 - Turmas de 3º ano .....	68
GRÁFICO 7 - Turmas de 2º ano .....	69
GRÁFICO 8 - Turmas de 3º ano .....	69
GRÁFICO 9 - Turmas de 2º ano .....	69
GRÁFICO 10 - Turmas de 3º ano .....	69
GRÁFICO 11 - Turmas de 2º ano .....	70
GRÁFICO 12 - Turmas de 3º ano .....	70
GRÁFICO 13 - Número de acertos e erros na atividade de planificação .....	72
GRÁFICO 14 - Números de acertos de erros na atividade da formiga .....	73

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>15</b>
2.1 OBJETO DE PESQUISA - A GEOMETRIA .....	17
2.2 INTERDISCIPLINARIDADE - UM PARALELO ENTRE A GEOMETRIA E SUA APLICABILIDADE NA ARQUITETURA.....	21
2.3 UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	25
<b>3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>29</b>
3.1 METODOLOGIA DE PESQUISA.....	29
3.3 ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	34
3.4 O AMBIENTE ONDE FOI REALIZADA A PESQUISA .....	34
3.5 AS PESQUISADORAS .....	35
<b>4. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS.....</b>	<b>36</b>
4.1 ANÁLISES DAS ATIVIDADES PROPOSTAS AOS ALUNOS DURANTE A PRIMEIRA FASE DA PESQUISA.....	36
4.1.1 Atividade 1 .....	37
4.1.2 Análise da atividade 1 .....	37
4.1.3 Atividade 2 .....	46
4.1.4 Análise da atividade 2.....	47
4.1.5 Atividade 3 .....	48
4.1.6 Análise da atividade 3.....	48
4.1.7 Atividade 4 .....	50
4.1.8 Análise da atividade 4.....	51
4.1.9 Atividade 5 .....	54
4.1.10 Análise da Atividade 5 .....	55
4.1.11 Atividade 6 .....	57
4.1.12 Análise da Atividade 6 .....	58
4.1.13 Atividade 7 .....	60
4.1.14 Análise da Atividade 7 .....	60
4.1.15 Atividade 8 .....	61
4.1.16 Análise da Atividade 8 .....	61
4.1.17 Atividade 9 .....	62
4.1.18 Análise da Atividade 9 .....	62
4.1.19 Atividade 10 .....	63
4.1.20 Análise da Atividade 10 .....	63
4.2 ANÁLISE DOS DADOS DOS QUESTIONÁRIOS APLICADOS NA SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA .....	66

<b>5. CONCLUSÃO .....</b>	<b>75</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>77</b>
<b>APÊNDICE.....</b>	<b>80</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>88</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Nosso trabalho tem como principal objetivo pesquisar como está o ensino de Geometria, pois essa disciplina muitas vezes não é enfatizada pelos professores e há muitas dificuldades em seu ensino. Assim, propomos uma pesquisa sobre **Geometria Espacial: a abordagem dos poliedros na perspectiva da Resolução de Problemas**.

Com o desenvolvimento da pesquisa, buscamos analisar o ensino da Geometria via Resolução de Problemas, visando proporcionar aos alunos participantes uma aprendizagem sem enfatizar a repetição e memorização de exercícios, mas estimular o raciocínio, através da manipulação de material concreto despertando a curiosidade de forma que o aluno se torne um ser ativo na construção do seu conhecimento.

A pesquisa foi realizada na Escola Estadual “Josefina Pimenta” em São João Evangelista – MG e contou com a participação de alunos dos segundos e terceiros anos do Ensino Médio. Tendo sido desenvolvida em duas etapas. A primeira etapa teve início no dia dezesseis de outubro de 2012 e término no dia sete de novembro de 2012, e contou com a participação de quatro alunos do terceiro ano do Ensino Médio com idade entre dezessete e dezenove anos. Esses alunos participaram diretamente da sequência didática, que vai desde a apresentação do material didático até as construções e discussões sobre os conteúdos geométricos.

A segunda etapa foi realizada do dia 26 de agosto ao dia 9 de setembro de 2013. Nessa fase, aplicamos um questionário de sondagem sobre o ensino de Geometria Espacial que contou com a participação de 230 alunos sendo cinco turmas de segundo ano e três turmas de terceiro ano do Ensino Médio.

Esse trabalho foi organizado em três capítulos. No primeiro, apresenta o objeto de pesquisa e uma breve abordagem sobre Resolução de Problemas, na qual, autores que defendem esta ideia abordam a relevância desta metodologia de ensino.

Posteriormente, apresentaremos os caminhos percorridos na pesquisa que vão desde a metodologia de pesquisa adotada até o local onde foi desenvolvido o trabalho.

No terceiro capítulo, apresentaremos uma sequência didática desenvolvida pelos sujeitos desta pesquisa, bem como o desenvolvimento da análise dos dados coletados. Logo após foram feitas as considerações finais sobre a pesquisa realizada.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 OBJETOS DE PESQUISA - A GEOMETRIA

A Geometria é uma das áreas da Matemática que estuda as formas planas, espaciais e suas propriedades, além de estar envolvida em diversos contextos.

Na história, a Geometria vem do grego geo = terra + metria = medida, ou seja, "medir terra" que surgiu no Egito e brotou o conhecimento devido às necessidades de atividades práticas ligadas à agricultura, engenharia e projetos que necessitavam da geometria, por exemplo, a construção das pirâmides.

Em relação à Geometria Espacial, ela é considerada uma ampliação da Geometria Plana, sendo um dos ramos da Matemática voltada para o estudo de objetos que apresentam três dimensões, ou seja, comprimento, largura e altura, além de ser responsável pelo cálculo de áreas e volumes dos sólidos, bem como o estudo das estruturas das figuras espaciais.

É uma das áreas mais importante da Matemática por estar envolvida em diversos contextos, além de ser fundamental para a vida dos cidadãos, pois vivemos em um mundo geometrizado. É estudada desde o ensino fundamental e não está presente somente nos livros didáticos, mas nas construções de casas, numa bola de futebol, na pavimentação de uma rua, nas formas presentes na natureza, nas mais diferentes profissões.

“A Geometria está por toda parte”, desde antes Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhanças, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. LORENZATO (1995, P. 5).

Devido ao descaso com os conteúdos geométricos em sala de aula e sua importância na aplicação prática do aluno e sua relevância em relação a outros conteúdos da Matemática optamos por trabalhar com a Geometria. Ainda, segundo Lorenzato (1995, p. 5) para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola,

bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

Em relação aos livros didáticos Lorenzato (1995, p.4) relata que “[...] a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo”.

Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com outras partes da própria Matemática, a Geometria, mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula. (LORENZATO, 1995, p. 4).

Mas já se pode falar em mudanças em relação ao livro didático, pois os conteúdos geométricos vinham no final do livro e hoje estes conteúdos aparecem nos capítulos iniciais. Mas, mesmo assim, muitos professores não trabalham os conteúdos por não terem conhecimentos necessários para conduzir a sua aula. E ao realizarem o planejamento anual, os conteúdos geométricos são alocados para o final do ano letivo. Assim os mesmos não são trabalhados por não dar tempo. Dessa forma,

A proposta para o ensino de Geometria contida nos PCN parece não ter chegado às salas de aula, como se pode verificar pelas relações de conteúdos que são elaborados por professores, dando conta do que é efetivamente trabalhado em Geometria. Entretanto essas listagens, em geral, privilegiam o conhecimento geométrico propriamente dito, com o destaque para o estudo das figuras geométricas planas, os PCN propõem um conteúdo que explora a percepção espacial, insistindo na interpretação desse espaço e na representação de posição e de movimentação nele. Assim, os PCN propõem que se inicie o ensino de Geometria pelas figuras espaciais, acompanhando uma tendência atual para esse ensino. (FONSECA, 2009, p.96).

A Geometria tem sido apresentada aos alunos apenas como um conjunto de definições, fórmulas, nomes, desligada da realidade dos alunos. Assim, eles apresentam muitas dificuldades na aprendizagem dos conteúdos geométricos, em visualizar os elementos que compõem as figuras espaciais,

em representar através de desenhos os poliedros, resolver situações-problema relacionadas ao assunto, o que contribui para o desinteresse dos mesmos.

A Geometria Espacial é trabalhada no Ensino Fundamental, onde os alunos tem contato com os conceitos básicos, pois o professor faz uma breve abordagem dos conteúdos. Já no Ensino Médio, a Geometria Espacial é revista com a finalidade de aprofundar os conhecimentos sobre os conteúdos geométricos, pois exige do aluno maior raciocínio para a resolução de situações-problema mais complexa. A mesma é trabalhada com alunos do segundo ano.

Nós pesquisadoras atuantes como bolsista do PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência e estagiárias na escola Estadual “Josefina Pimenta”, pudemos ver que os conteúdos de Geometria Espacial geralmente não são ministrados pelos professores, e quando são trabalhados, eles são vistos de forma superficial com aplicação de fórmulas.

Assim, pela relevância dos conteúdos geométricos, optamos trabalhar com alunos do terceiro ano devido às provas de ENEM e vestibulares que são realizados pelos mesmos, pois o estudo dos conteúdos da Geometria Espacial possibilita ao aluno o desenvolvimento de habilidades para a sua vida social e profissional.

[...] as habilidades de visualização na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1999, p. 257).

Ao trabalhar a Geometria Espacial através da Resolução de Problemas, o professor poderá despertar o interesse nos alunos em aprender o conteúdo, permitindo assim, ampliar seus conhecimentos e utilizar diferentes técnicas e estratégias para resolver uma situação-problema, além de possibilitar uma maior visualização das formas geométricas que estão presentes no seu dia a dia. Para Lorenzato (1995, p.6) “[...] a Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar.”

É fundamental nas aulas de Geometria Espacial o uso de material concreto, o que desperta nos alunos a curiosidade e interesse em aprender.

O uso de materiais concretos no ensino de Matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula durante o semestre letivo. Os materiais são usados em atividades que o próprio aluno, [...] desenvolve na sala de aula. Essas atividades têm uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático. (MENDES, 2009, p.25)

O professor poderá desenvolver com os alunos atividades práticas nas quais eles possam manipular materiais para a realização de construções geométricas, de modo que experiências novas poderão envolvê-los em momentos mais ativos e mais autônomos em sala de aula.

As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenhos ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com molduras, recortes, espelhos, empilhamentos, ou pela modelagem de formas em argila e massa. Construir maquetes e descrever o que nelas está sendo representado é também uma atividade muito importante, especialmente no sentido de dar ao professor uma visão do domínio geométrico de seus alunos. (BRASIL, 1997, p. 128).

O ensino da Geometria Espacial é indispensável no aprendizado do aluno para estimular a capacidade de observação através das formas geométricas, além de desenvolver os conhecimentos geométricos de forma a compreender e fazer um paralelo da Geometria da sala de aula com o mundo que está a sua volta. Segundo o documento Currículo Básico Comum, da SEE de Minas Gerais.

Qualquer pessoa se depara muito cedo, em sua vida com várias formas geométricas como, por exemplo, uma bola de futebol, uma caixa, um bloco, um cone, triângulos, quadriláteros, círculos, etc. e, muito cedo, já consegue distingui-las. Várias etapas devem ser cumpridas, desde o simples reconhecimento dessas figuras espaciais e/ou planas até a construção de sólidos ou superfícies que servem de modelos de estruturas arquitetônicas, construções de reservatórios para fins variados, modelagem geométrica de utensílios, aparelhos, órgãos para transplante, cápsulas espaciais, etc. Esse processo envolve a aquisição de diversos níveis de compreensão que vão desde o senso comum até a realização de análises mais detalhadas, como estimativas de medidas e a construção e ajuste de modelos. (MINAS GERAIS, 2006, p. 36-37)

O ensino da Geometria está quase ausente em sala de aula, e quando é trabalhada tem-se limitado a uma abordagem relativamente pobre e descontextualizada da vida cotidiana do aluno.

Assim, todas as dificuldades apresentadas anteriormente, expõem a necessidade de se abordar a Geometria no ensino de Matemática. Para facilitar e incentivar a aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa foi desenvolvido um material didático com conteúdos da Geometria Espacial: um estudo de poliedros.

## 2.2 INTERDISCIPLINARIDADES – UM PARALELO ENTRE A GEOMETRIA E SUA APLICABILIDADE NA ARQUITETURA

O objetivo aqui é fazer um paralelo da Geometria da sala de aula com a Arquitetura e mostrar aos alunos a importância e as diversas aplicações da Geometria no âmbito profissional, buscando promover nos alunos participantes da pesquisa um interesse da aplicabilidade dos conteúdos geométricos em uma situação real, trazendo os conteúdos do abstrato para o concreto, criando assim uma interação entre o aluno e uma forma diferenciada de aprender os conteúdos geométricos.

No mundo há inúmeras obras de engenharia, arquitetura, artes plásticas que mostram a imensa quantidade de formas que o homem desenvolveu com base nos conhecimentos de Geometria.

Entre as várias profissões podemos mencionar a Arquitetura que está diretamente ligada ao estudo da Geometria, pois a mesma permite ao arquiteto aplicar os conhecimentos geométricos na análise e planejamentos de projetos arquitetônicos dentro de um espaço tridimensional.

Arquitetura “[...] é a arte e técnica de organizar espaços e criar ambientes formais para abrigar as atividades humanas. [...] arte de construir.” (ENCICLOPÉDIA MIRADOR INTERNACIONAL, 1990, p. 799)

A Arquitetura está nitidamente relacionada com as formas geométricas. Isso pode ser verificado nas construções de casas, edifícios, igrejas, entre outros, com diferentes padrões que compõem os ambientes urbanos. Assim, a Geometria é indispensável na construção dos espaços, pois através da mesma

se obtêm estruturas com a funcionalidade de adequar as necessidades e atividades humanas além de proporcionar efeito estético.

A Arquitetura pode ser compreendida como o resultado construído, fruto da manipulação de sólidos geométricos, através da composição de volumes cheios e vazios, saliências e reentrâncias, num jogo de luz e sombra, com cuidados estéticos, preenchendo determinada finalidade e inserido num determinado ambiente urbano. (SOUSA, 2006, p. 106):

Ao realizar um projeto arquitetônico são necessários vários conhecimentos geométricos que envolvem figuras com suas mais diferentes formas, volume, medidas de comprimento, lado, altura, ângulo, área, entre outros. Não podemos deixar de falar sobre a presença de formas não definidas em obras arquitetônicas, mas que necessitam de conhecimentos geométricos cada vez mais avançado.

“Acredito que a geometria seja fundamental para entender arquitetura. Meu trabalho é feito por meio da geometria. No mundo da arquitetura, a linguagem geométrica é tão importante quanto a linguagem estrutural. As duas são importantes meios de inspiração para mim, junto com as propriedades dos materiais e o mundo da natureza”. (CALATRAVA *apud* SOUSA, p. 110 – 111).

Com o avanço de novas tecnologias surgiram novos programas de computadores que auxiliam os desenhos no processo de elaboração gráfica dos projetos arquitetônicos, porém é necessário o mínimo de conhecimento geométrico para efetuar cálculos e inovar nas formas padronizadas.

Podemos citar o arquiteto Oscar Niemeyer Soares Filho, considerado um dos maiores arquitetos do mundo, conhecido por suas obras as quais tinham formas inovadoras. Temos como exemplo as obras do Distrito Federal (Planalto Central) e o conjunto arquitetônico da Pampulha, ambas proporcionam características únicas, o qual deixou de lado, em suas obras, o ângulo reto para entrar no mundo das curvas e novas formas ousadas.

Para apresentar a relação entre as formas geométricas e a Arquitetura foi realizada uma análise de prédios localizados na cidade de São João Evangelista-MG.

O Prédio Escolar Osvaldo Pimenta (FIG. 1) localizado no Instituto Federal de Minas Gerais-Campus São João Evangelista. Apresenta em sua

estrutura arquitetônica formas geométricas como o cilindro circular reto (indicado pela seta) o qual não apresenta quinas (arestas) e possui forma arredondada. Nesta obra, as colunas (cilindros) dão sustentação à parte superior da construção. Em relação aos estudos feitos sobre poliedros vimos que um cilindro não é um poliedro, pois o sólido que é limitado, no todo ou em parte, por superfícies curvas são chamados de não poliedros.

**Figura 1 - Prédio Escolar Osvaldo Pimenta-IFMG/MG**



**Fonte: Foto das autoras**

Outro prédio também localizado no Campus São João Evangelista/IFMG (FIG.2), apresenta em sua estrutura dois paralelepípedos, sendo que o maior compõe a estrutura da base da construção.

O paralelepípedo é uma forma tridimensional e suas faces têm formato de um paralelogramo. Este sólido é um poliedro convexo e uma de suas propriedades é a Relação de Euler:  $V - A + F = 2$ .

**Figura 2 - Prédio Escolar do IFMG/MG**

Fonte: Foto das autoras

A Paróquia São João Evangelista (FIG.3), está situada no centro da cidade, sua torre é composta por uma pirâmide de base quadrangular e um prisma. A partir desta imagem foi feito um estudo sobre o formato das faces que compõem os sólidos geométricos.

**Figura 3 - Paróquia São João Evangelista/MG**

Fonte: Foto das autoras

Após a análise geométrica de algumas construções da cidade, percebemos a importância da Geometria nas construções arquitetônicas, o que implica a relevância do seu ensino para que todos os cidadãos possam ingressar na sociedade, pois o estudo da mesma permite desenvolver no aluno habilidades para a compreensão e representação do espaço.

### 2.3 UMA BREVE ABORDAGEM SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A partir dos anos 70 a Resolução de Problemas ganha ênfase no ensino-aprendizagem de Matemática. Esta teoria, originada nos EUA, tem como objetivo romper o ensino tradicional, e nos anos 90 foi compreendida como uma metodologia que passa a ser considerada como um conjunto de habilidades e estratégias. Na atualidade, a Resolução de Problemas consiste em novas possibilidades de pesquisa no ensino de Matemática, a qual pode viabilizar o processo de ensino aprendizagem, visando à construção do conhecimento mais efetivo e social.

Ao adotar a Resolução de Problemas como um novo método de aprendizagem, o professor tende a promover em sala de aula um ambiente de trabalho com diferentes tipos de problemas estimulando o aluno a criar, comparar, discutir e ao mesmo tempo proporcionar a curiosidade, sendo esses aspectos importantes no processo de ensino aprendizagem de Matemática.

Em sala de aula o professor trabalha com os alunos a resolução de exercícios de livros didáticos os quais, na maioria das vezes, apresentam uma resolução mecânica e são classificados em duas categorias. O primeiro consiste na repetição de métodos relacionados ao conteúdo exposto pelo professor, como objetivo apenas na aplicação de técnicas, e o segundo apresenta um contexto que exige do aluno não só a aplicação de técnicas, mas um planejamento para ser resolvido.

É importante ressaltar a diferença entre exercício e problema. O exercício é um procedimento no qual o aluno apresenta facilidade para obter resultado, que é uma resolução mecânica e sempre está ligado a um conteúdo específico. Já o problema é uma situação que a princípio não oferece uma resposta e exige que o aluno utilize estratégias de resolução. Segundo Pozo,

[...] uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. Assim, um problema é de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas. (POZO,1998, p. 16).

É necessário observar, que um problema é uma situação nova que exige estratégias de resolução.

Para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que o obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta. (POZO, 1998, p. 48).

De acordo com o mesmo autor, “[...] um problema repetidamente resolvido acaba por tornar-se um exercício [...]”, (POZO 1998, p. 17), pois o aluno acaba memorizando a sequência de passos utilizados para obter a resposta, assim o problema deixa de ser um problema.

Dante ressalta que, a resolução de problemas tem como objetivo:

- fazer o aluno pensar;
- desenvolver o raciocínio lógico do aluno;
- ensinar o aluno a conhecer as primeiras aplicações da Matemática;
- tornar as aulas mais interessantes e motivadoras. (DANTE, 2004, p. 21).

Ao resolver um problema, o aluno é levado a fazer questionamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio e conseqüentemente favoreça o aprendizado do mesmo, pois

Ao resolver uma situação-problema não significa apenas a compreensão do que é exigido, a aplicação das técnicas ou fórmulas adequadas e a obtenção da resposta correta, mas, além disso, uma atitude de “investigação científica” em relação àquilo que está pronto. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 92).

O PCN (BRASIL, 1997) aborda a Resolução de Problemas como um caminho para o ensino de Matemática, o mesmo sugere objetivos para que se possa tornar o ensino mais atrativo, dinâmico enfatizando o trabalho de situações-problema que levem o aluno a desenvolver estratégias para resolvê-las. Segundo os PCNs, resolver um problema pressupõe que o aluno,

- Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- Compare seus resultados com os de outros alunos;
- Valide seus procedimentos. (BRASIL, 1997, p. 44 - 45).

A Resolução de Problemas deve ser vista não só como uma forma de obter uma resposta, mas um desafio que leve o aluno a construir e a utilizar diferentes estratégias de resolução e conseqüentemente promovendo o desenvolvimento de habilidades, pois o fato

de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela a via de ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1997, p.45).

Ao resolver um problema é preciso que o aluno utilize todos os seus conhecimentos, pois a resolução pode surgir de um raciocínio no qual se utiliza vários cálculos ou através de tabelas, desenhos, gráficos entre outros métodos, e na descoberta da solução o aluno se sente motivado e descobridor, conseqüentemente ele faz descobertas de novos conhecimentos matemáticos. Segundo Smole e Diniz,

[...] o aluno, enquanto resolve situações-problemas, aprende matemática, desenvolve procedimentos e modos de pensar, desenvolve habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em matemática e nas áreas do conhecimento envolvidas nas situações propostas. Simultaneamente, adquire confiança em seu modo de pensar e autonomia para investigar e resolver problemas. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 95).

A perspectiva da metodologia da Resolução de Problemas consiste em preparar o aluno para interpretar e utilizar diferentes estratégias para superar as dificuldades que surgem a todo instante, não só nas atividades escolares como também no seu dia a dia. Segundo Mendes,

[...] a resolução de problemas pode ser tomada como uma das tendências metodológicas em Educação Matemática que pode contribuir amplamente para a formação de um aluno autônomo, consciente das possibilidades criativas que a Matemática lhe oferece, bem como das ações como cidadão. (MENDES, 2009, p. 80).

Ao propor uma situação-problema é necessário que ela seja bem elaborada, que desafie o aluno a pensar, a questionar e a persistir na busca de uma solução, pois segundo Pozo,

Ensinar a resolver problemas, não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. (POZO, 1998, p. 14).

A Resolução de Problemas tem sido abordada como um dos métodos mais promissores para se construir o conhecimento matemático em sala de aula pelos professores, podendo ser vista como uma forma de envolver os alunos em situações novas, motivando-os para o desenvolvimento do pensar matemático, pois através desta metodologia de ensino o professor se torna um facilitador, mediador do conhecimento, levando o aluno a pensar e desenvolver o seu raciocínio.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo iremos descrever a metodologia que possibilitou a realização da pesquisa, a qual foi realizada com base na teoria de Thomas A. Romberg, sendo uma pesquisa qualitativa, pois teve como objetivo descrever e interpretar os dados coletados em campo.

#### 3.1 METODOLOGIAS DE PESQUISA

A pesquisa foi realizada de acordo com a metodologia de Romberg, que se encontra no artigo “Perspectivas sobre o conhecimento e Métodos de Pesquisa”, de autoria de Thomas A. Romberg, que é matemático, educador e professor.

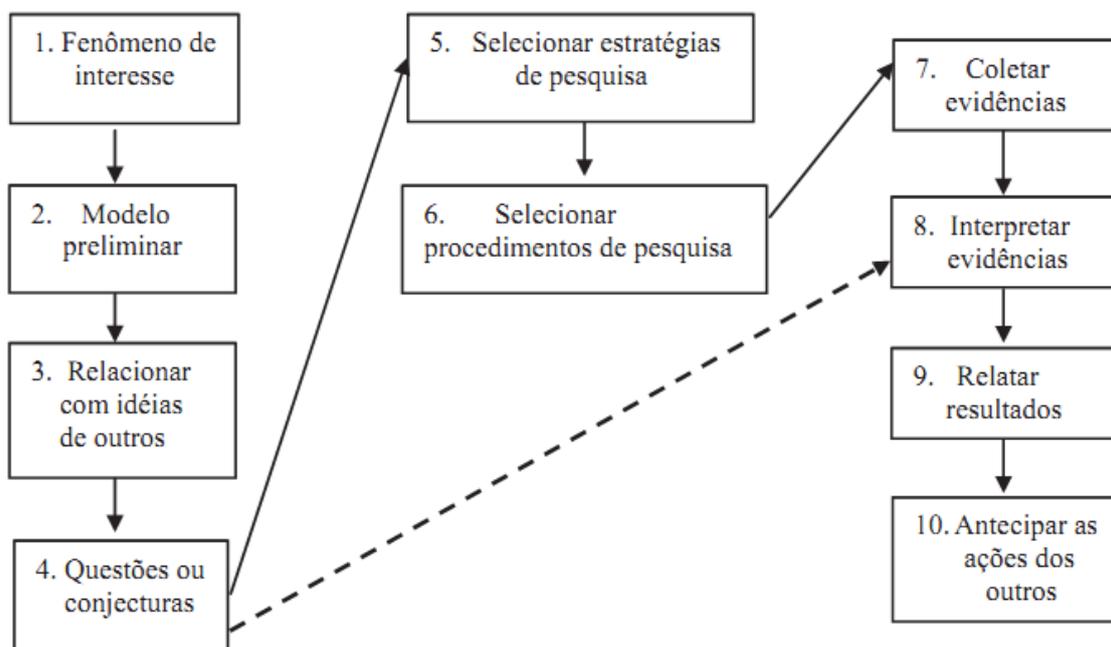
Segundo o autor, o termo *pesquisa*

refere-se a processos – as coisas que se faz, não os objetos que alguém pode tocar e ver. Além disso, fazer pesquisa não pode ser visto como uma ação mecânica ou como um conjunto de atividades que indivíduos seguem de uma maneira prescrita ou predeterminada. As atividades envolvidas em fazer pesquisa incorporam mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica. (ROMBERG, 2013)

Romberg descreve cinco tendências de pesquisas gerais e suas relações com estudos em Educação Matemática, e suas ideias propostas mostram-se adequadas ao desenvolvimento de nossa pesquisa. Ao fazer a leitura do artigo de Romberg obtivemos as ferramentas necessárias para dar início ao nosso trabalho.

A partir das considerações de Romberg (2013) destacam-se dez atividades que consideramos importantes ao desenvolvimento de nossa pesquisa que são apresentadas nessa ordem.

**Figura 4 - Esquema da metodologia de Tomas A. Romberg.**



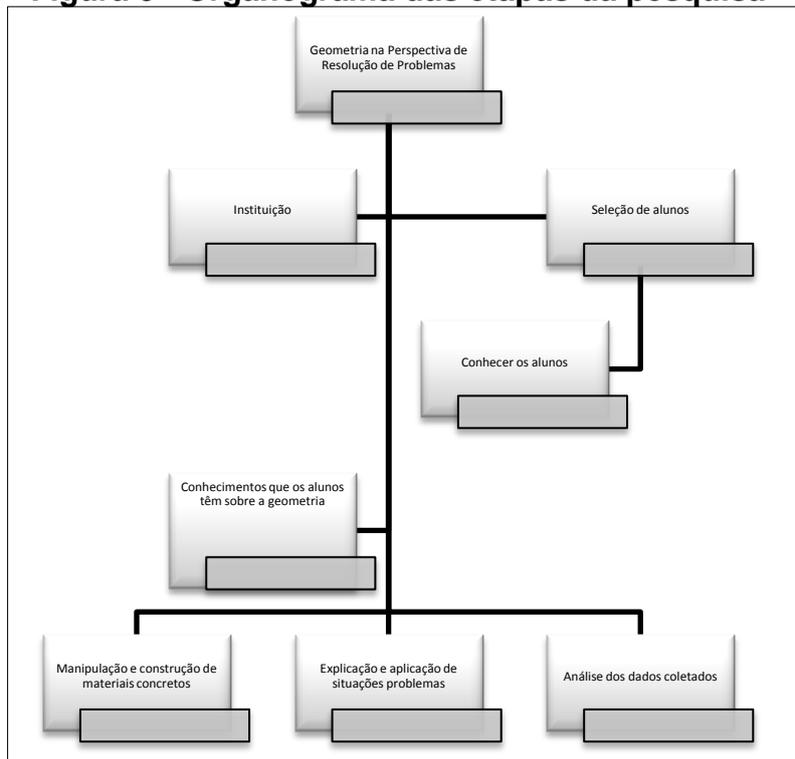
Fonte: NORMA SUELLY GOMES ALLEVATO, 2008

### **Atividade 1: Identificação do fenômeno de interesse**

Toda pesquisa começa com uma curiosidade sobre um fenômeno particular do mundo real (ROMBERG, 2013), ou seja, é o ponto inicial para a realização da pesquisa. Para isso foram envolvidos alunos do Ensino Médio. O fenômeno de interesse é o processo de ensino da Geometria na perspectiva de Resolução de Problemas.

### **Atividade 2: Modelo preliminar**

O modelo preliminar é um modelo heurístico o qual trabalha com hipóteses provisórias e ao mesmo tempo serve como ponto de partida ou de orientação para a realização da pesquisa. O modelo reflete a ideia inicial do pesquisador sobre o que se pretende pesquisar. Os caminhos percorridos para o desenvolvimento da pesquisa foram: escolha da escola; seleção dos alunos; conhecer os alunos; questionamento sobre os conhecimentos dos alunos referente à geometria; manipulação e construção de materiais concretos; explicação e aplicação de situações problemas.

**Figura 5 - Organograma das etapas da pesquisa**

Fonte: Elaborada pelas autoras

### Atividade 3: Relacionar com ideias de outros

Nesta etapa é importante buscar diferentes pesquisas relacionadas ao assunto do trabalho para que possamos esclarecer e fazer adaptações na tentativa de relacionar ideias distintas para melhor desempenho do trabalho.

### Atividade 4: Estabelecimento das questões ou conjecturas

Este é o passo-chave no processo de pesquisa, pois será o momento que surgirão perguntas, indagações que serão averiguadas durante a pesquisa. Tais perguntas devem ser claras e objetivas, porque ajudam a orientar os estudos do investigador.

Como os alunos reagem à oportunidade de aprender a Geometria através da Resolução de Problemas? Que conhecimentos têm os alunos sobre a Resolução de Problemas? O ensino da Geometria através da Resolução de Problemas despertará o interesse pela disciplina e a curiosidade no aluno? O

estudo da Geometria favorecerá aos alunos aspectos cognitivos no seu cotidiano

#### **Atividade 5: Estratégia geral para coleta de evidências**

Esta etapa determinou os métodos que foram utilizados para a realização da pesquisa. Diante do exposto, trabalhamos a Geometria através da Resolução de Problemas, manipulação e construção das figuras geométricas a fim de analisarmos os resultados.

#### **Atividade 6: Procedimentos específicos**

Aqui colocamos em prática estratégias para que o trabalho pudesse ser realizado. Assim, coletamos e analisamos informações através de questionários.

#### **Atividade 7: Coletar evidências**

Através da coleta de dados puderam ser feitos ajustes e modificações para a realização da pesquisa.

#### **Atividade 8: Interpretar evidências**

Neste estágio, analisamos e interpretamos as informações que foram coletadas. A partir dessas informações foi escolhida a melhor estratégia para a realização das atividades

#### **Atividade 9: Transmitir os resultados a outros**

Esta parte da pesquisa implica transmitir a outros pesquisadores o resultado obtido (pesquisa concluída) a fim de buscar comentários e críticas para complementações de ideias.

### Atividade 10: Antecipar as ações de outros

Apresentamos possíveis modificações dos métodos e propostas de ideias a fim de buscar alternativas para a elaboração de novos procedimentos. Assim, Romberg (2013) sugere três aspectos do processo de pesquisa que devem ser enfatizados.

1. Pesquisadores como membros de uma comunidade escolar.
2. A ideologia e os paradigmas de diferentes comunidades de pesquisa.
3. O fracasso de muitos pesquisadores principiantes em se identificar com uma comunidade de pesquisa.

### 3.2 METODOLOGIAS DO TRABALHO

O presente trabalho abordou uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico e de campo.

Para Tozoni-Reis (2006, p. 10), “a pesquisa qualitativa defende a ideia que, na produção de conhecimentos sobre os fenômenos humanos e sociais, nos interessa muito mais compreender seus conteúdos do que descrevê-los e explicá-los.”

Em relação à pesquisa bibliográfica, ela é caracterizada pela busca em autores e obras relacionada com o tema da pesquisa, ou seja, são contribuições de forma a proporcionar ao pesquisador conhecimentos sobre o tema de estudo.

A pesquisa de campo segundo Tozoni-Reis (2006, p. 32) tem a **fonte de dados** no “**campo**”.

A pesquisa de campo em educação, portanto, caracteriza-se pela ida do pesquisador ao campo, aos espaços educativos para a coleta de dados, com o objetivo de compreender os fenômenos que nele ocorrem e, pela análise e interpretação desses dados, contribuir, pela produção de conhecimentos, para a construção do saber educacional e o avanço dos processos educativos. (TOZONI-REIS, 2006, p. 32)

### 3.3 ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O desenvolvimento das atividades durante a pesquisa se deu em duas fases. Na primeira aplicamos dois questionários com perguntas abertas e fechadas, os quais foram respondidos por quatro alunos do terceiro ano do ensino médio. No decorrer do trabalho os mesmos desenvolveram uma sequência de atividades relacionadas aos conteúdos geométricos expostos. Os questionários iniciais tiveram como objetivo sondar o perfil do aluno e dos conhecimentos que os mesmos apresentavam em relação à Geometria, sendo:

**Questionário 1:** informações referentes à escolaridade.

**Questionário 2:** informações referentes aos conhecimentos geométricos dos alunos.

Logo após a análise dos questionários, apresentamos aos alunos participantes o material didático, Geometria Espacial: um estudo de poliedros, com o qual eles realizaram trabalhos manuais como manipulações e construções de sólidos geométricos com o uso de materiais recicláveis, além de resolverem situações-problema relacionadas com os conteúdos trabalhados.

Na segunda etapa da pesquisa a coleta de dados se deu através da aplicação de um questionário que apresentava questões abertas, fechadas e duas envolvendo alguns conteúdos geométricos. Este questionário teve como objetivo fazer uma sondagem sobre os conhecimentos de Geometria nas turmas de segundo e terceiro anos do Ensino Médio, envolvendo 230 alunos.

### 3.4 O AMBIENTE ONDE FOI REALIZADA A PESQUISA

A presente pesquisa desenvolveu-se na Escola Estadual “Josefina Pimenta”, envolvendo os alunos dos segundos e terceiros anos do Ensino Médio.

A escola foi fundada em 1965, e está situada na Rua Duval Pimenta, 130 – Centro, São João Evangelista - Minas Gerais, CEP: 39705-000, em frente à Cooperativa Central dos Produtores Rurais - Armazém Itambé. A mesma está inserida em uma comunidade de pouco poder aquisitivo, funciona em prédio próprio e apresenta as seguintes modalidades de ensino: os anos

finais do Ensino Fundamental do sexto ao nono ano, Ensino Médio do primeiro ao terceiro ano e Educação para Jovens e Adultos (EJA) - Fundamental e Médio, com funcionamento nos períodos matutino, vespertino e noturno.

### 3.5 AS PESQUISADORAS

No ano de 2010 ingressamos no curso de Licenciatura em Matemática pelo IFMG – *Campus* São João Evangelista. A grade curricular do curso apresenta quatro créditos da disciplina de Resolução de Problemas com carga horária de 33h20min por período e durante estas aulas foram feitos vários estudos sobre os autores que abordam e defendem o tema, despertando nosso interesse por métodos diferenciados no ensino-aprendizagem. Assim, desenvolvemos um trabalho de Geometria Espacial via Resolução de Problemas.

O grupo da pesquisa é composto por:

\*Angélica Alves de Queirós, bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID / CAPES, atuando desde julho 2011 no Ensino Fundamental e Médio na Escola Estadual “Josefina Pimenta”.

\*Arita Flora de Andrade Bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID / CAPES atuando desde agosto de 2012 no Ensino Fundamental e Médio na Escola Estadual “Josefina Pimenta” oferecendo aporte aos alunos. Também atua como professora na Escola Estadual “Dr. Lúcio Vieira da Silva”, com os alunos do PROETI – Programa Escola de Tempo Integral.

\*Débora de Godoy Diniz Matos, além do curso de Licenciatura em Matemática e trabalha no Setor de Tributação da Prefeitura Municipal de São João Evangelista.

Como pesquisadoras sabemos que o trabalho desenvolvido foi desafiador devido às dificuldades que foram encontradas durante o seu percurso. Mas apesar das dificuldades desenvolvemos possibilidades de ensino diferenciado de forma a proporcionar a aprendizagem de Geometria em sala de aula, o que contribuiu para o nosso aprendizado.

## 4. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

### 4.1 ANÁLISES DAS ATIVIDADES PROPOSTAS AOS ALUNOS DURANTE A PRIMEIRA FASE DA PESQUISA

Este capítulo tem por objetivo descrever os dados coletados no transcorrer da pesquisa, na qual aplicamos o material didático e desenvolvemos com os sujeitos participantes uma sequência didática.

Para dar início ao trabalho, apresentamos nosso projeto de pesquisa à diretora da Escola Estadual “Josefina Pimenta”. A mesma autorizou o desenvolvimento do trabalho no espaço da escola. Diante disso convidamos alunos do terceiro ano a participarem como voluntários. Quatro alunos se prontificaram a participar com as devidas autorizações assinadas pelos pais ou responsáveis conforme “Termo de Autorização e Compromisso”, (apêndice).

Nossa pesquisa teve início no dia dezesseis de outubro de 2012 e término no dia sete de novembro de 2012. Antes de iniciar as atividades referentes ao trabalho, aplicamos um questionário para que pudéssemos obter informações referentes à escolaridade e outro para avaliar o conhecimento geométrico dos alunos.

Ao aplicar o segundo questionário um aluno nos relatou que nunca estudou Geometria, pois, o conteúdo sempre aparece no final do livro ou o professor deixa a matéria para outro momento resultando o não desenvolvimento da mesma.

Ao questionar sobre a importância do estudo da Geometria, através de respostas dadas nos questionários, os alunos relataram que:

Aluno “J”: *Não posso falar porque não tive um estudo aplicado na Geometria e não sei praticamente nada.*

Aluno “D”: *Sim, porque hoje em dia com várias mudanças que ocorreu na civilização humana tudo que é construído em concretização depende da geometria.*

Aluno “G”: *Sim, porque em cada parte que se constrói existe geometria.*

Aluno “A”: *Sim. Porque no nosso dia a dia sempre nos deparamos com a geometria.*

Diante das respostas dos alunos, vimos que eles tiveram pouco contato com a Geometria, mas conseguem percebê-la à sua volta. Após os questionários, foi aplicada aos alunos uma atividade para observar o desempenho e a capacidade de raciocinar e interpretar uma questão de Geometria.

Assim, optamos por iniciar o nosso trabalho com uma questão de fácil resolução que exigia do aluno uma representação pictórica, ou seja, eles poderiam utilizar o desenho como recurso para interpretação do problema e como auxílio para obter a solução.

#### 4.1.1 Atividade 1

**Figura 6 - Atividade 1**

Um tablete de doce de leite medindo 12 cm por 9 cm por 6 cm está inteiramente coberto com papel laminado. Esse tablete é dividido em cubos com 1 cm de aresta.



- a) Quantos desses cubos não possuem nenhuma face coberta com papel laminado?
- b) Quantos desses cubos possuem apenas uma face coberta com papel?
- c) Quantos desses cubos possuem exatamente duas faces cobertas com papel?
- d) Quantos desses cubos possuem três faces cobertas com papel?

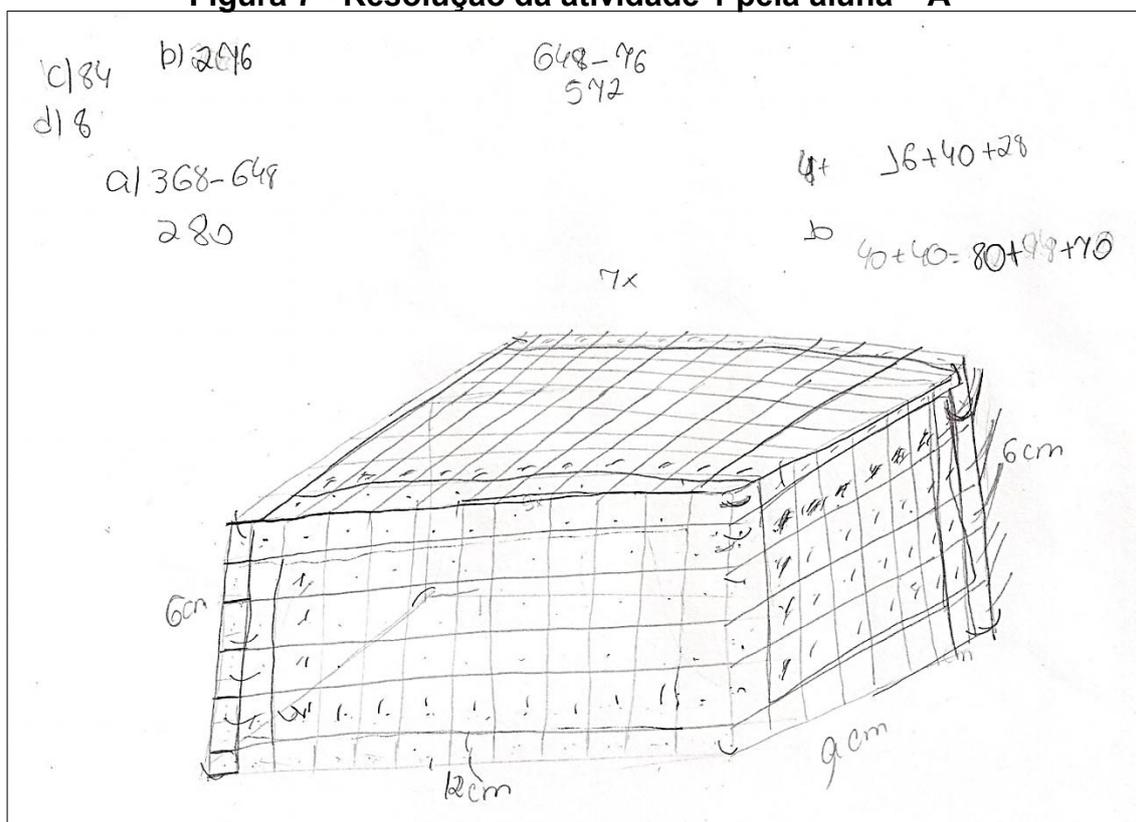
Fonte: PAPMEM – julho/2012

Essa atividade foi dada com a finalidade de que os alunos construíssem conhecimentos sobre arestas, faces e vértices, que são os principais elementos de um poliedro. Esta questão exigia dos alunos o “pensar”, sem aplicação de fórmulas, ou seja, é uma questão que requer a representação através de desenhos para obter uma resposta.

#### 4.1.2 Análise da atividade 1

Na primeira atividade, observamos que os alunos se sentiam sem estímulo e sem conhecimento algum do assunto, pois os mesmos disseram que não sabiam por onde iniciar a questão. Para que houvesse incentivo, nós pesquisadoras fizemos indagações despertando curiosidades nos alunos, sugerindo a eles que desenhassem a barra de doce e que observassem a partir daí as perguntas referentes ao desenho. Assim, os alunos começaram a se interessar. Então a aluna “A” se mostrou interessada em desenvolver a atividade, fez questionamentos até conseguir os resultados através do desenho que ela fez para representar a barra de doce de leite (FIG. 7).

**Figura 7 - Resolução da atividade 1 pela aluna “A”**



Fonte: Elaborado pelas autoras

O aluno “J”, também interessado, apresentou muita dificuldade em desempenhar seu raciocínio, e somente com nossa interferência ele conseguiu desenvolver e entender a questão. A aluna “G” conseguiu discutir com o colega o desenvolvimento da questão através do desenho, porém apresentou dificuldades em estabelecer a relação dos cubinhos comuns a uma, a duas e a

três faces. Já a aluna “D” demonstrou total desinteresse, não havendo participação.

Após essa atividade observamos algumas dificuldades apresentadas pelos alunos. A partir daí começamos a buscar estratégias para executar a pesquisa, e para a qual confeccionamos material concreto para melhor visualização e entendimento dos alunos.

No segundo dia de aplicação da pesquisa que foi realizada dia cinco de novembro, contou com a participação de apenas um aluno, pois os demais não compareceram devido estarem envolvidos com trabalhos da Feira de Química a ser realizada na escola. Mesmo com a presença de apenas um aluno foi dada a sequência ao trabalho que foi realizado na biblioteca por não haver salas disponíveis.

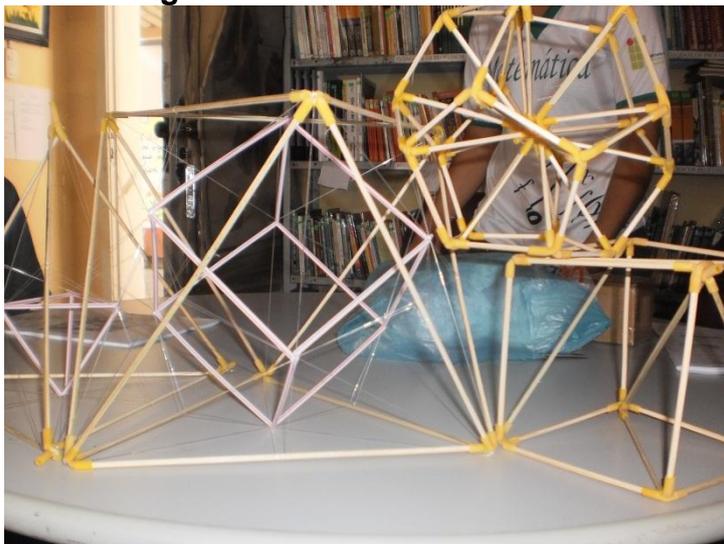
Antes de ser introduzido o conceito de poliedros foi entregue ao aluno “J” (FIG. 8) uma atividade para que pudéssemos perceber seu grau de conhecimento sobre poliedros e não poliedros.

**Figura 8 - Atividade dos poliedros**



**Fonte: Foto das autoras**

Diante da resposta do aluno “J” percebemos que ele conseguiu resolver uma parte da atividade proposta, mediante os sólidos geométricos (FIG. 9-10) construídos para o desenvolvimento da pesquisa, pois, segundo ele, sem os sólidos (material concreto) não conseguiria resolver a atividade.

**Figura 9 - Sólidos Geométricos**

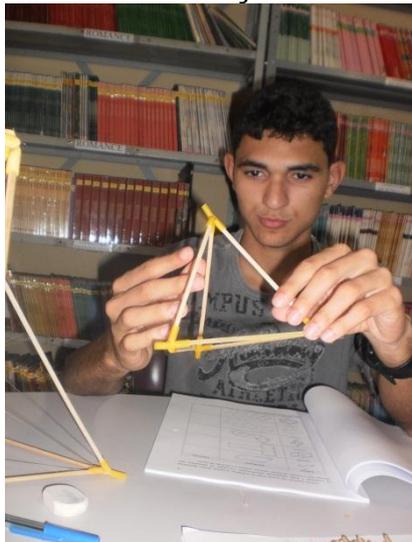
Fonte: Foto das autoras

**Figura 10 - Sólidos Geométricos**

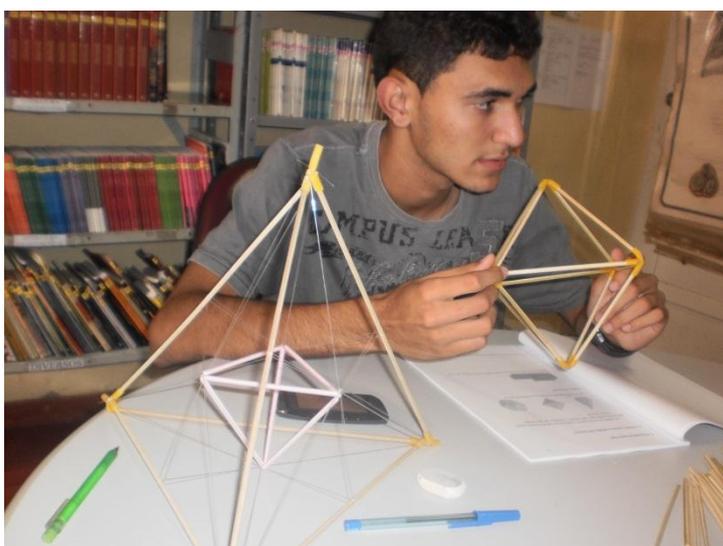
Fonte: Foto das autoras

Em meio às explicações foi direcionada uma pergunta ao aluno “J” para saber se ele conseguiria identificar os vértices, faces e arestas. Ele lembra que já havia sido explicado a respeito durante a pesquisa, porém demonstrou dificuldade em reconhecer os elementos do poliedro.

Logo após a explicação dos poliedros regulares foi pedido ao aluno “J” que construísse um icosaedro, utilizando garrote e palitinhos, mas ele apresentou muita dificuldade na construção. Sendo assim, pedimos que construísse um tetraedro (FIG. 11) e um octaedro (FIG. 12), pois essas figuras apresentavam uma construção mais simples.

**Figura 11 - Construção do tetraedro**

Fonte: Foto das autoras

**Figura 12 - Construção do octaedro**

Fonte: Foto das autoras

Logo após a construção dos dois sólidos, foi perguntado ao aluno quantas arestas, vértices e faces têm cada um deles e ele apresentou dificuldade em reconhecê-los. Diante disso, foram explicados novamente os elementos que compõem o sólido e depois foi pedido a ele que tentasse construir outra vez o icosaedro (FIG. 13).

**Figura 13 - Construção do icosaedro**



Fonte: Foto das autoras

E ainda assim apresentou dificuldade, portanto nós pesquisadoras (FIG. 14) o auxiliamos na construção.

**Figura 14 - Construção do icosaedro**



Fonte: Foto das autoras

Com a nossa colaboração o aluno "J", finalmente conseguiu realizar a construção do icosaedro (FIG. 15).

**Figura 15 - Construção do icosaedro finalizada pelo aluno “J”**



**Fonte: Foto das autoras**

Logo após a construção do sólido, o aluno “J” fez uma relação do poliedro com uma casa onde os vértices seriam as juntas (encontro das vigas), as paredes seriam as faces e as arestas seriam as quinas. Com o relato do aluno foi improvisado uma casa (FIG. 16) com um cubo e o telhado com uma pirâmide de base quadrangular para fazer um paralelo entre a observação feita por ele de uma situação real com a geometria trabalhada.

**Figura 16 - Construção da casa pelo aluno “J”**



**Fonte: Foto das autoras**

Mesmo com a construção da casinha ele mostrou dificuldades em encontrar o número de vértices e faces e novamente foram explicados os

elementos que compõem um sólido a fim de esclarecer as possíveis dúvidas que ele ainda apresentasse em relação ao conteúdo, finalizando assim o nosso segundo encontro.

No terceiro e último encontro, o qual foi realizado no dia sete de novembro, compareceram três alunos. A pesquisa foi aplicada no pátio da escola, pois não havia sala disponível, o que acabou despertando curiosidade em outros alunos, os quais se aproximavam para saber o que estava sendo realizado naquele momento.

Novamente foi feita uma introdução sobre os conceitos de geometria para que os dois membros que não compareceram na explicação anterior ficassem por dentro do assunto. Foi pedido aos alunos “A” e “D” que também resolvessem a mesma atividade feita pelo aluno “J” (atividade dos poliedros). Demonstraram que não tinham conhecimentos necessários para diferenciar os sólidos e classificá-los em poliedros e não poliedros. Logo após as explicações sobre os poliedros e seus elementos foi pedido a eles que construíssem o octaedro (FIG. 17).

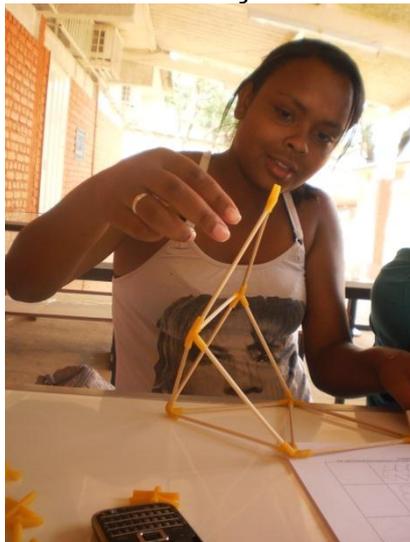
**Figura 17 - Construção do octaedro**



**Fonte: Foto das autoras**

É importante ressaltar que o aluno “A” construiu o octaedro (FIG. 18) a partir de sua planificação. No entanto, o aluno “D” apresentou muita dificuldade e não conseguiu montar o poliedro. Já o aluno “J”, que já havia construído o octaedro tornou a construí-lo, apresentando um pouco de dificuldade.

**Figura 18 - Construção do octaedro**



Fonte: Foto das autoras

Com o término das construções geométricas foi explicado o restante do conteúdo, o qual foi falado sobre:

\*Relação de Euler: é uma relação entre o número de vértices (V), o número de aresta (A) e o número de faces (F) de um poliedro convexo. Assim temos a seguinte relação:  $V - A + F = 2$ .

\*A <sup>1</sup>soma das medidas dos ângulos de todas as faces de um poliedro convexo, é dada por:  $S = (V - 2) \cdot 360^\circ$ . Sendo V o número de vértices.

Assim, temos:

- V, A e F representam o número de vértices, de arestas e de faces, de um poliedro.

- Enumeremos as faces por  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$  com  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$  os números respectivos de lados de cada face.

- S é a soma dos ângulos (medidas) de todas as faces do poliedro, onde:

$$S = (n_1 - 2) \cdot 180^\circ + (n_2 - 2) \cdot 180^\circ + (n_3 - 2) \cdot 180^\circ + \dots + (n_n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n) \cdot 180^\circ - (360^\circ + 360^\circ + 360^\circ + \dots + 360^\circ)$$

- $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n = 2 \cdot A$ , pois cada lado de uma face é o lado de duas, e somente duas faces ao mesmo tempo. Assim nessa soma cada aresta foi contada duas vezes.

$$S = 2 \cdot A \cdot 180^\circ - n \cdot 360^\circ$$

<sup>1</sup> Conteúdo retirado do livro didático, Matemática: uma atividade humana, Adilson Longen, 2004, p.297

$n$  é o número de faces

$$S = A \cdot 360^\circ - F \cdot 360^\circ$$

$$S = (A - F) \cdot 360^\circ$$

Como  $V + F = A + 2$  temos  $V - 2 = A - F$

$$S = (V - 2) \cdot 360^\circ$$

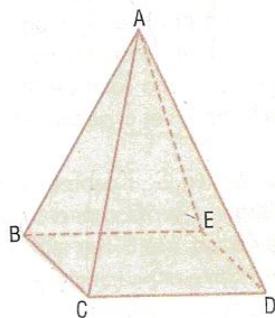
\*Poliedros Duais são obtidos a partir de um poliedro regular convexo, cujas arestas são originadas a partir do centro das faces do poliedro original, ou seja, ao ligar as arestas de cada centro de todas as faces adjacentes obtemos o dual.

Assim, finalizamos a parte do conteúdo para aplicação das atividades com o intuito de verificar os conhecimentos adquiridos.

### 4.1.3 Atividade 2

**Figura 19 - Atividade 2**

(Dante, p. 360) Esta pirâmide é um poliedro. Em toda pirâmide somente um vértice não está na base. Logo, a base é um polígono. Portanto, temos uma pirâmide de base quadrangular. Analise o poliedro da figura abaixo e responda:



- Qual é o número de faces, de arestas e de vértices?
- Qual é a forma de cada face?
- O vértice **C** é comum a quantas arestas?
- O vértice **A** é comum a quantas arestas?

Fonte: Adaptado de Dante, 2005, p. 360

Nessa atividade espera-se que o aluno seja capaz de estabelecer uma relação entre os elementos que compõem a figura, ou seja, quantas arestas saem de cada vértice, o formato de cada face e o nome do sólido.

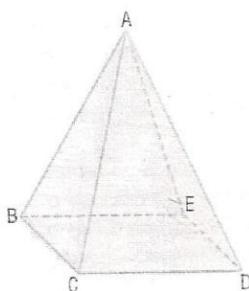
#### 4.1.4 Análise da atividade 2

Conforme o objetivo esperado, os alunos tiveram bom desempenho interpretando e respondendo a atividade de acordo com o que foi pedido, pois deveriam apenas relacionar os vértices às arestas e o formato de cada face. Salientamos que a presença da imagem do sólido facilitou na resolução.

Nas figuras 20, 21 e 22, são apresentadas resoluções feitas pelos alunos.

**Figura 20 - Resposta do aluno "J", à atividade 2**

1. (Dante, pág. 360, adaptado) Esta pirâmide é um poliedro. Em toda pirâmide somente um vértice não está na base, logo a base é um polígono. Analise o poliedro da figura abaixo e responda:

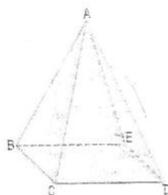


- f) Qual é o número de faces, de arestas e de vértices? *5 faces, 8 arestas e 5 vértices*
- g) Qual é a forma de cada face? *4 faces triangulares e 1 quadrada*
- h) O vértice **C** é comum a quantas arestas? *3 arestas*
- i) O vértice **A** é comum a quantas arestas? *4 arestas*
- j) Qual é o nome deste poliedro? *Pirâmide de base quadrangular*

Fonte: Elaborada pelas autoras

**Figura 21 - Resposta do aluno "A", à atividade 2**

(Dante, pág. 360, adaptado) Esta pirâmide é um poliedro. Em toda pirâmide somente um vértice não está na base, logo a base é um polígono. Analise o poliedro da figura abaixo e responda:



- f) Qual é o número de faces, de arestas e de vértices?
- g) Qual é a forma de cada face?
- h) O vértice **C** é comum a quantas arestas?
- i) O vértice **A** é comum a quantas arestas?
- j) Qual é o nome deste poliedro?

Respostas

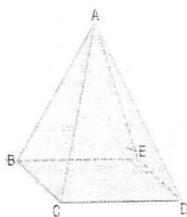
faces  $\rightarrow$  5  
arestas  $\rightarrow$  8  
vértices  $\rightarrow$  5

g) triangular  
h) 3  
i) 4  
j) pirâmide de base quadrangular

Fonte: Elaborada pelas autoras

### Figura 22 - Resposta do aluno "D", à atividade 2

(Dante, pág. 360, adaptado) Esta pirâmide é um poliedro. Em toda pirâmide somente um vértice não está na base, logo a base é um polígono. Analise o poliedro da figura abaixo e responda:



- Qual é o número de faces, de arestas e de vértices?
- Qual é a forma de cada face?
- O vértice C é comum a quantas arestas?
- O vértice A é comum a quantas arestas?
- Qual é o nome deste poliedro?

f) Faces = 5  
arestas = 8  
vértices = 5

g) 4 triângulos, 1 quadrado

h) 3

i) 4

j) Pirâmide de base quadrangular

Fonte: Elaborada pelas autoras

#### 4.1.5 Atividade 3

### Figura 23 - Atividade 3

Qual a relação existente entre as faces, vértices e arestas dos sólidos platônicos?

Fonte: Elaborada pelas autoras

Nessa atividade o aluno deveria estabelecer a relação entre as faces, vértices e arestas de um poliedro regular, ou seja, deveria ser capaz de dizer que as faces são polígonos regulares, que cada face tem o mesmo número de arestas e a cada vértice converge o mesmo número de arestas.

#### 4.1.6 Análise da atividade 3

Essa atividade foi realizada no espaço da biblioteca, onde há apenas duas mesas de estudo. Assim, os alunos ficaram muito próximos o que acabou

ocasionando respostas parecidas, pois os mesmos terminavam por discutir ou até mesmo olhar a resposta do outro.

Ao analisarmos as respostas dos alunos percebemos que eles fizeram uma ligação dos vértices e arestas entendendo que cada um depende do outro. Porém, suas respostas foram meio confusas e não tinham certeza do que realmente deveriam responder.

Nas figuras 24, 25 e 26 são apresentadas respostas dos alunos “D”, “J”, “A”.

**Figura 24 - Resposta do aluno “D”, à atividade 3**

Qual é a relação existente entre as faces, vértices e arestas dos sólidos platônicos?

Porque cada um depende do outro para formar um sólido, se não existe um vértice não vai ligar a uma aresta, então vai existir uma aresta.

Fonte: Elaborada pelas autoras

**Figura 25 - Resposta do aluno “J”, à atividade 3**

Qual é a relação existente entre as faces, vértices e arestas dos sólidos platônicos? Pois sem um não tem o outro, exemplo para formar uma face é necessário um vértice e três arestas, então um necessita do outro para se formar.

Fonte: Elaborada pelas autoras

**Figura 26 - Resposta do aluno “A”, à atividade 3**

Qual é a relação existente entre as faces, vértices e arestas dos sólidos platônicos?

A relação é que um depende do outro, porque sem não existir vértices a vértices não vai ligar a uma aresta então vai existir face.

Fonte: Elaborada pelas autoras

## 4.1.7 Atividade 4

Tabela 1 - Atividade 4

Complete a tabela com o número de faces, de vértices, o número de arestas e os desenhos dos poliedros.

Poliedros	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces
Tetraedro				
Cubo				
Prisma de base hexagonal				
Paralelepípedo				
Prisma com base um trapézio isósceles				
Prisma de base triangular				
Pirâmide de base quadrangular				

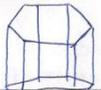
Fonte: Elaborada pelas autoras

Essa atividade foi dada com a finalidade de verificar o conhecimento dos alunos em relação ao desenho de cada sólido, além de visualizar o formato e o número de faces, o número de vértices e arestas.

#### 4.1.8 Análise da atividade 4

Nessa atividade os alunos “D” e “A” apresentaram dificuldades em desenhar a partir dos nomes dados, em estabelecer relações dos sólidos com suas respectivas faces, pois alguns poliedros possuíam mais de um tipo de face, o que pode ser verificado nas respostas dadas por eles nas tabelas 2 e 3. Já em relação ao aluno “J”, ele demonstrou bom desempenho tabela 4, pois, conseguiu realizar todos os desenhos e fazer a relação entre cada tipo de face que compunha o sólido. Apenas na figura do cubo ele apresentou dificuldade quanto ao número de faces, pois considerou que o cubo apresentava cinco faces.

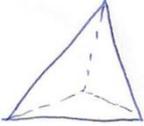
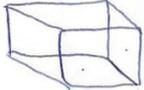
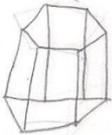
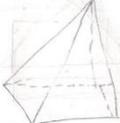
**Tabela 2 - Resposta do aluno “D” à atividade 4**

Poliedros	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces
Tetraedro 	4	4	6	triangular
Cubo 	5	8	12	quadrângulo
Prisma de base hexagonal 	8	12	18	hexagonal retangular
Paralelepípedo				
Prisma com base um trapézio isósceles				

Prisma de base triangular 	5	6	9	2 base triangular
Pirâmide de base quadrangular 	6	5	8	triangular quadrangular

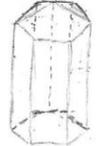
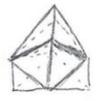
Fonte: Elaborada pelas autoras

Tabela 3 - Resposta do aluno "A" à atividade 4

Poliedros	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces
Tetraedro 	4	4	6	triangulares
Cubo 	6	8	12	quadrangulares
Prisma de base hexagonal 	8	12	18	hexagonal retangular
Paralelepípedo				
Prisma com base um trapézio isósceles				
Prisma de base triangular 	5	6	9	triangular
Pirâmide de base quadrangular 	6	5	8	triangulares quadrangular

Fonte: Elaborada pelas autoras

**Tabela 4 - Resposta do aluno "J" à atividade 4**

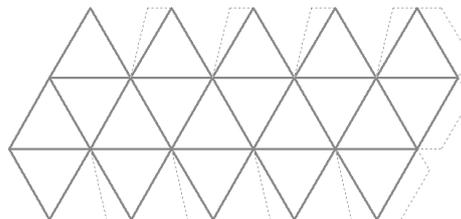
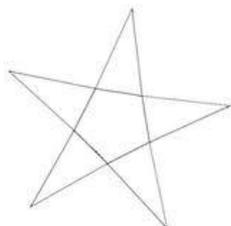
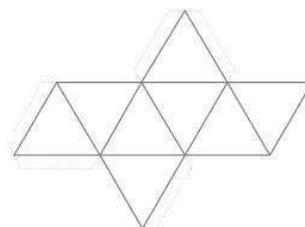
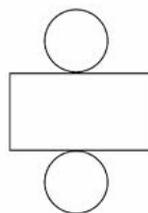
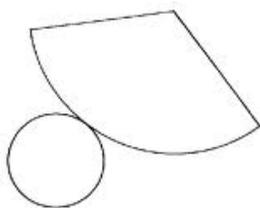
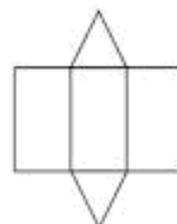
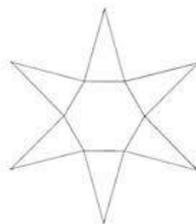
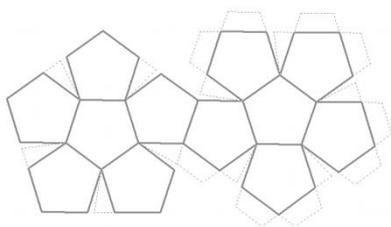
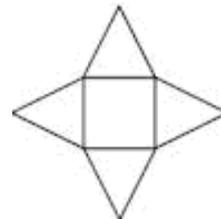
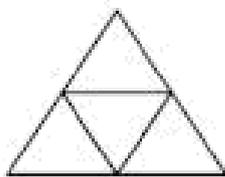
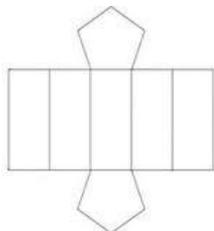
Poliedros	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces
Tetraedro 	4	4	6	Triangular
Cubo 	5	8	12	Quadrada
Prisma de base hexagonal 	8	12	18	2 base hexagonal 6 retangular
Paralelepípedo 	6	8	12	6 base retangular
Prisma com base um trapézio isósceles 	6	8	12	2 base Trapézio 4 retangular
Prisma de base triangular 	5	6	9	2 base Triangular 3 retangular
Pirâmide de base quadrangular 	5	5	8	1 base Quadrada 4 base Triangular

Fonte: Elaborada pelas autoras

## 4.1.9 Atividade 5

Figura 27 - Atividade 5

Dê o nome dos seguintes sólidos, cujas planificações são apresentadas a seguir.



Fonte: Elaborada pelas autoras

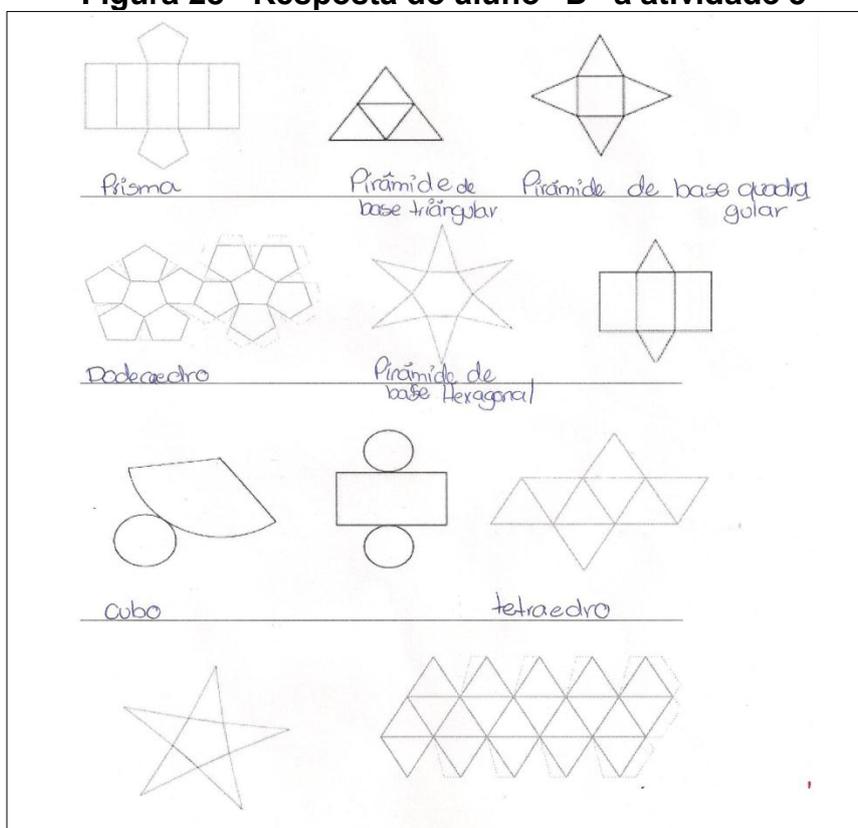
Essa atividade foi elaborada com a finalidade de que os alunos relacionassem as planificações dos sólidos aos seus respectivos nomes.

#### 4.1.10 Análise da Atividade 5

Apesar de terem sido apresentados aos alunos os sólidos de modo concreto durante a aplicação do conteúdo, ainda assim, eles tiveram muitas dificuldades em dar nome aos sólidos, demonstrando que tiveram pouco contato com o conteúdo/material durante o período escolar.

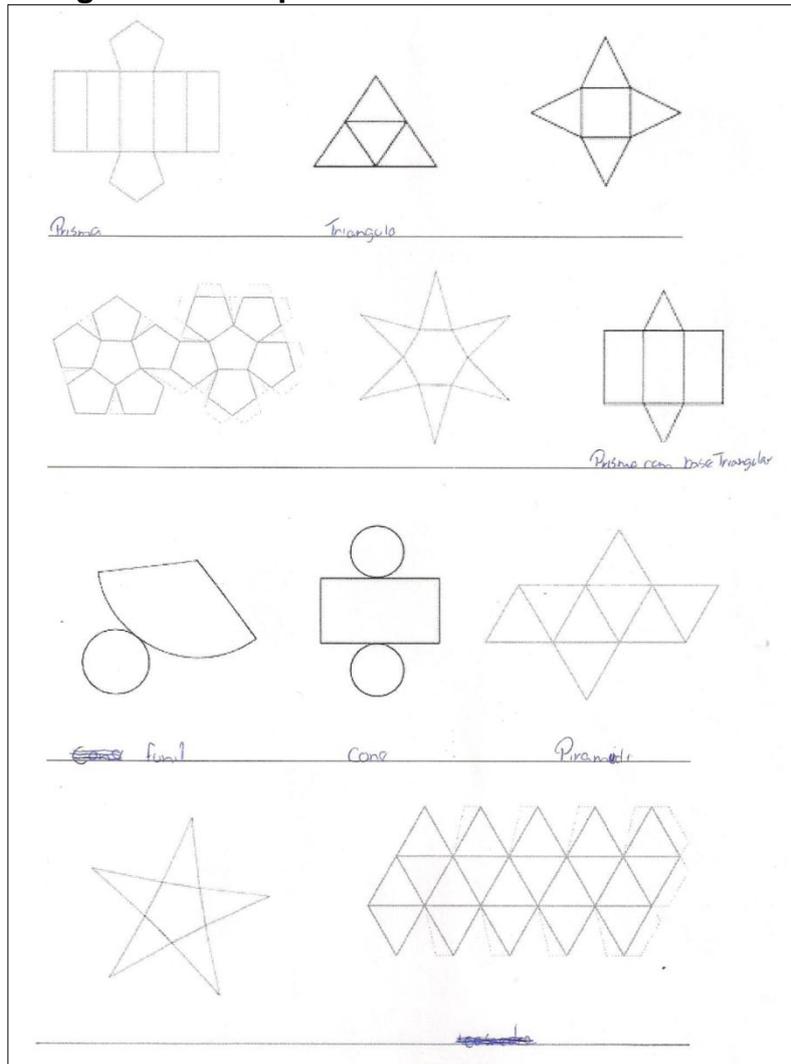
Nas figuras 28, 29 e 30 são apresentadas respostas dos alunos “D”, “J” e “A”, referente à atividade 5.

**Figura 28 - Resposta do aluno “D” a atividade 5**

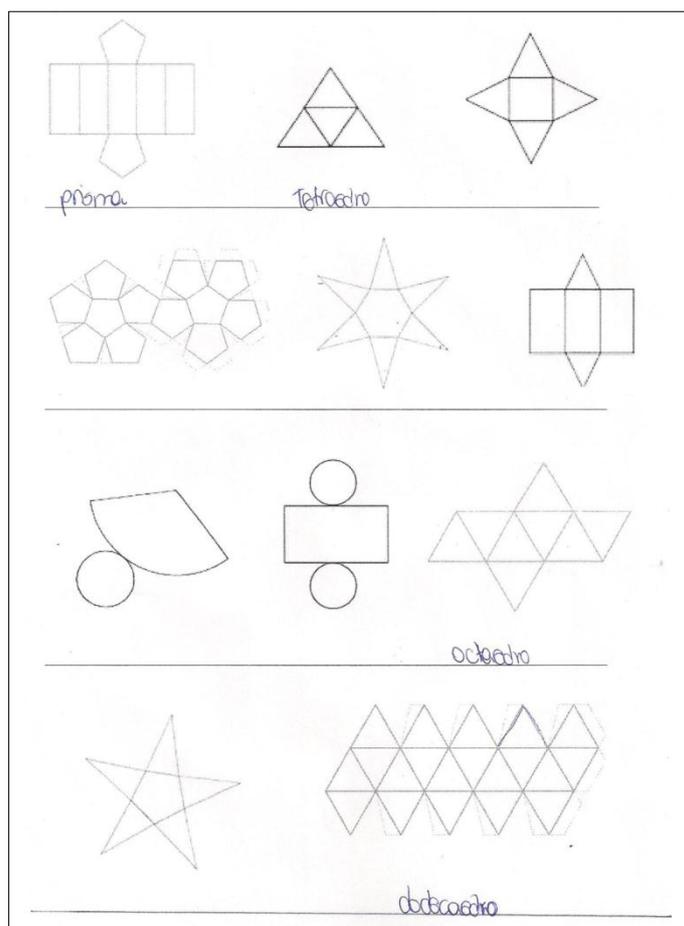


Fonte: Elaborada pelas autoras

**Figura 29 - Resposta do aluno "J" à atividade 5**



Fonte: Elaborada pelas autoras

**Figura 30 - Resposta do aluno "A" à atividade 5**

Fonte: Elaborada pelas autoras

#### 4.1.11 Atividade 6

**Figura 31 - Atividade 6**

(FUVEST- SP, adaptado) Se o número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Quantos vértices e quantas arestas possui essa pirâmide?

Fonte: Adaptado de FUVEST- SP, 1999

Nessa atividade os alunos teriam que utilizar o conhecimento pictórico, o que eles aprenderam durante a explanação do conteúdo. Esta atividade, não exigia o uso de fórmulas, pois as pirâmides apresentam faces laterais

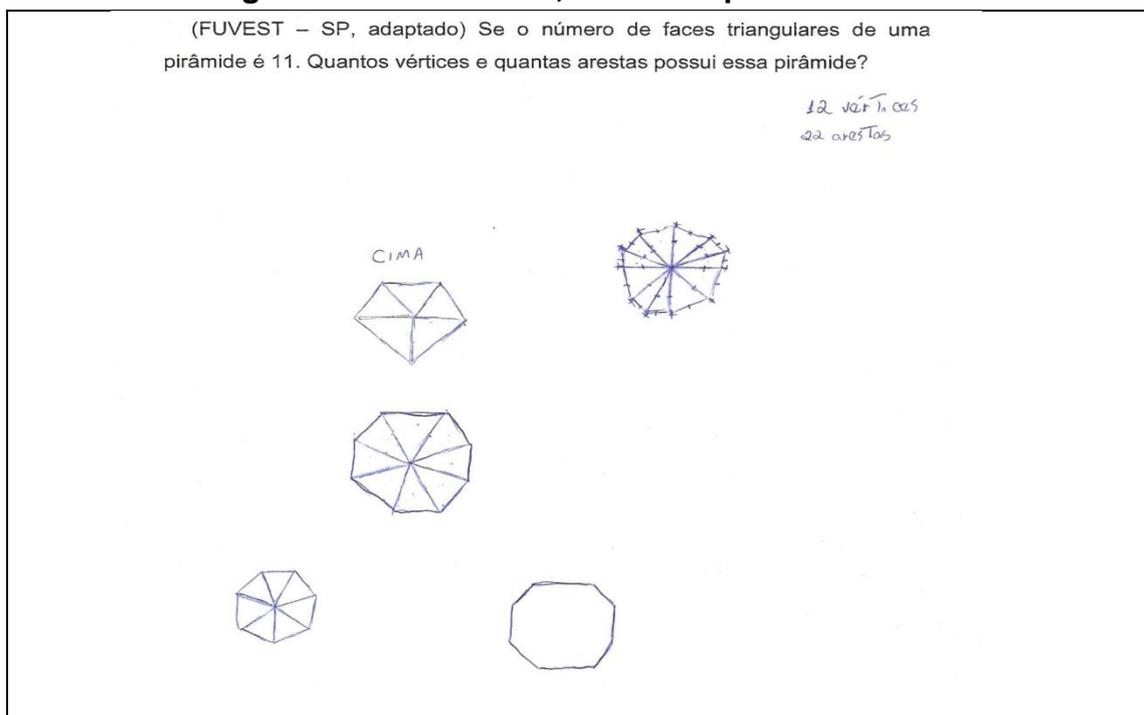
triangulares e somente um vértice não está na base, e o número de faces laterais corresponde ao mesmo número de lados do polígono da base.

#### 4.1.12 Análise da Atividade 6

Nessa atividade os alunos apresentaram dificuldades. Tivemos que apresentar um sólido (pirâmide de base pentagonal) para que eles pudessem fazer uma relação com a atividade proposta.

O aluno “J” (FIG. 32), tentando fazer o desenho, só encontrava um polígono com oito lados e só depois de muitas tentativas ele conseguiu desenvolver a atividade.

**Figura 32 - Atividade 6, resolvida pelo aluno “J”**



Fonte: Elaborada pelas autoras

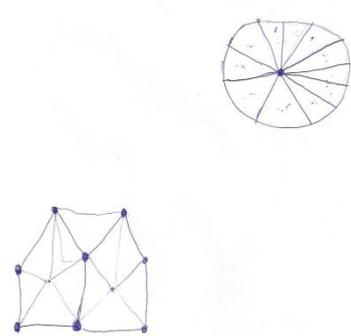
Já os alunos “A” (FIG. 33) e “D” (FIG. 34) concluíram a atividade a partir de um círculo dividindo-o em onze partes e só então puderam encontrar o número de vértices e arestas.

**Figura 33 - Atividade 6, resolvida pelo aluno "A"**

(FUVEST – SP, adaptado) Se o número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Quantos vértices e quantas arestas possui essa pirâmide?

~~Resposta~~

vértices  $\Rightarrow 12$   
arestas  $\Rightarrow 22$

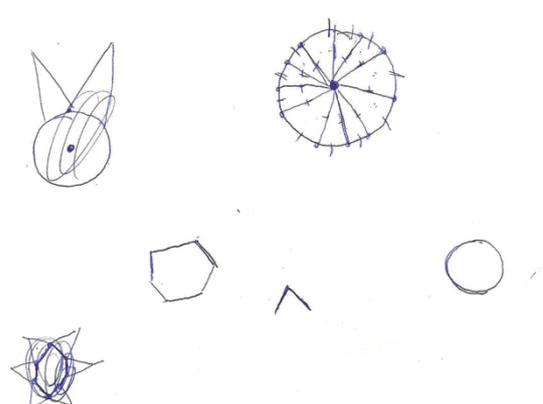


Fonte: Elaborada pelas autoras

**Figura 34 - Atividade resolvida 6, resolvida pelo aluno "D"**

(FUVEST – SP, adaptado) Se o número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Quantos vértices e quantas arestas possui essa pirâmide?

Vértices = 12  
arestas =  $10 + 10 = 20$



Fonte: Elaborada pelas autoras

#### 4.1.13 Atividade 7

**Figura 35 - Atividade 7**

Imagine o desenho de um icosaedro, pense na medida dos ângulos de cada face triangular e determine a soma total dos ângulos de suas faces.

**Fonte: Elaborada pelas autoras**

Nessa atividade almejavamos que os alunos soubessem definir e diferenciar as propriedades do triângulo equilátero: três lados congruentes e ângulos medindo cada um  $60^\circ$ . Assim, os alunos teriam que multiplicar o número de triângulos que compõem o icosaedro que são vinte pelo ângulo de  $180^\circ$  para encontrar a soma total dos ângulos das faces do icosaedro.

#### 4.1.14 Análise da Atividade 7

Todos demonstraram total confusão entre o icosaedro e o dodecaedro. De acordo com as respostas dadas, o aluno “J” diz que o icosaedro tem doze faces. Porém, com relação ao ângulo do triângulo equilátero ele soube responder corretamente, que a soma dos ângulos internos é  $180^\circ$ . Assim, concluímos que ele tinha algum conhecimento sobre a Geometria. Já o aluno “D” não conseguiu realizar a atividade. O aluno “A” cometeu o mesmo erro do aluno “J” dizendo que o icosaedro é composto por doze faces triangulares, mas que a soma dos ângulos internos do triângulo equilátero é  $135^\circ$ . Assim, nenhum dos alunos conseguiu concluir a atividade em questão.

#### 4.1.15 Atividade 8

**Figura 36 - Atividade 8**

Ligando os centros de todas as faces adjacentes de cada poliedro platônico obtemos outro sólido menor que é novamente um poliedro platônico. A partir dessa informação que tipo de poliedro tem como vértices os centros das faces de um octaedro?

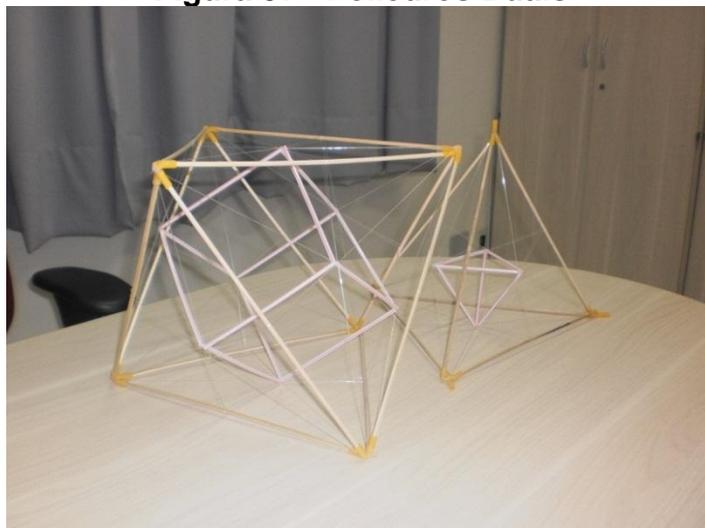
**Fonte: Elaborada pelas autoras**

Nesta atividade os alunos deveriam identificar qual figura se formaria no interior do octaedro, ou seja, o seu dual, para isso seria necessário relembrar a explicação sobre os estudos de dualidades que são sólidos originados de um poliedro convexos, cujas arestas são obtidas a partir dos centros das faces do poliedro original.

#### 4.1.16 Análise da Atividade 8

Essa atividade, o aluno “A” não conseguiu realizá-la, mas o aluno “J” e “D” a executaram, lembrando-se dos sólidos duais (FIG. 37) que foram apresentados durante a explicação do conteúdo da pesquisa.

**Figura 37 - Poliedros Duais**

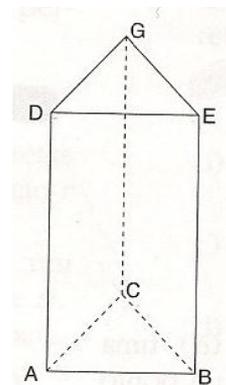


**Fonte: Foto das autoras**

#### 4.1.17 Atividade 9

**Figura 38 - Atividade 9**

(Fuvest-SP/adaptado) Uma formiga resolveu andar de um vértice a outro do prisma reto de bases triangulares ABC e DEG, seguindo um trajeto especial. Ela partiu do vértice G, percorreu toda a aresta perpendicular à base ABC, para em seguida caminhar toda a diagonal da face ADGC e, finalmente, completar seu passeio percorrendo a aresta reversa  $\overline{CG}$ . A formiga chegou a qual vértice?



Fonte: Adaptado de Gelson Iezzi, 2004, p. 302

Nesta atividade, esperávamos que os alunos tivessem conhecimento prévio sobre retas perpendiculares, retas reversas e diagonais, pois assim eles seriam capazes de visualizar o trajeto feito pela formiga e assim encontrar a resposta.

#### 4.1.18 Análise da Atividade 9

No primeiro contato com essa atividade os alunos apresentaram dificuldades em ler matematicamente o problema, pois disseram não ter compreendido a pergunta. Porém, insistimos que lessem atentamente a atividade de modo a fazer interpretação correta. Mesmo assim, houve dúvidas com relação às retas reversas e perpendiculares e tivemos que apresentar para eles o conceito dessas retas, assim os alunos “J” e “D” conseguiram realizar a atividade. No entanto, o aluno “A” não conseguiu dar a resposta.

#### 4.1.19 Atividade 10

**Figura 39 - Atividade 10**

(Dante, p. 362) Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou na fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Fonte: Dante, 2005, p. 362

Nessa atividade, os alunos teriam que aplicar a relação de Euler, ou seja, aplicação da relação  $V - A + F = 2$  que é válida para quaisquer poliedros convexos. Assim, sabendo que o poliedro tem 12 faces pentagonais, então:

$$12 \cdot 5 = 60 \text{ arestas}$$

O poliedro tem 20 faces hexagonais, assim:

$$20 \cdot 6 = 120 \text{ arestas}$$

$$\text{Logo: } F = 12 + 20 = 32$$

Cada aresta foi contada duas vezes, portanto, temos:

$$2A = 60 + 120 \Rightarrow 2A = 180 \Rightarrow A = 90$$

Como o poliedro é convexo, vale a relação de Euler,  $V - A + F = 2$

$$V - 90 + 32 = 2 \Rightarrow V = 2 + 90 - 32 \Rightarrow V = 60.$$

Encontrando assim, o número de vértices do poliedro que é 60.

#### 4.1.20 Análise da Atividade 10

Em geral, os alunos não responderam corretamente ao problema proposto. Pelas respostas, vimos que os alunos encontraram o número de arestas, mas não perceberam que tinham que dividir as arestas por dois, sendo que uma aresta é comum a duas faces. Outro fato em que apresentaram dificuldade foi encontrar a quantidade de faces e em desenvolver as operações básicas que envolviam a soma e a subtração.

O aluno "A" (FIG. 40) conseguiu encontrar um número de arestas e faces corretamente, mas ao substituir o número de arestas e faces na fórmula,

ao invés de subtrair ele somou os dados e ao transpor o número para depois da igualdade fez confusão com os sinais, ocasionando o erro da questão.

### Figura 40 – Atividade 10, resolvida pelo aluno “A”

(Dante, p. 362) Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou na fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

$V - A + F = 2$   
 $V - 90 + 32 = 2$   
 $V - 122 = 2$   
 $V = 122 - 2$   
 $V = 120$

$12 \times 5 = 60$      $20 \times 6 = 120$   
 $120 + 60 = 180$

$\frac{180}{2} = 90$

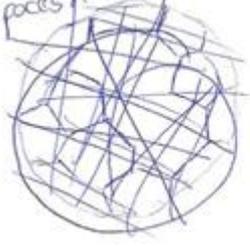
Fonte: Elaborada pelas autoras

O aluno “J” (FIG. 41) a princípio, tentou desenhar a bola de futebol, chegou em 240 vértices e percebeu que estava errado. Novamente, tentou resolver a questão e encontrou o número de arestas, mas ao substituir os dados na fórmula ele desenvolveu as operações básicas erroneamente, pois na troca de sinais ele se atrapalhou, obtendo assim uma resposta errada. Então, explicamos a ele, que fez confusão na troca de sinais. Assim ele refez a questão e obteve a resposta correta.

**Figura 41 – Atividade 10, resolvida pelo aluno “J”**

(Dante, p. 362) Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou na fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

60 faces pentagonais  
120 faces hexagonais



~~3120 arestas~~  
~~240 vértices~~

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 120 \\ \hline 180 \\ - 32 \\ \hline 148 \end{array}$$

$$V - A + F = 2$$

$$V = 90 + 32 = 122 \text{ vértices}$$

$$V = 90 - 32 + 2 = 60 \text{ arestas}$$

Fonte: Elaborada pelas autoras

O aluno “D” (FIG. 42) encontrou o número de aresta, porém não dividiu por dois. Encontrou o número de faces e ao substituir na fórmula ele se atrapalhou e não conseguiu finalizar a questão.

**Figura 42 - Atividade 10, resolvida pelo aluno “D”**

(Dante, p. 362) Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou na fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?



$$V - A + F = 2$$

$$V - A + 32 = 2$$

$$V$$

$$12 \cdot 5 = 60$$

$$20 \cdot 6 = 120$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 20 \\ \hline 32 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelas autoras

Percebemos, na primeira coleta de dados que os alunos apresentaram dificuldades como reconhecer elementos dos poliedros e em ler matematicamente, o que dificultou a interpretação do enunciado. Em alguns momentos, os alunos não conseguiram relacionar os conteúdos estudados anteriormente para realização dos problemas propostos.

Além das situações-problema, os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar com o material concreto. Demonstraram interesse em aprender e

mais facilidade em visualizar os elementos que compõem os sólidos geométricos.

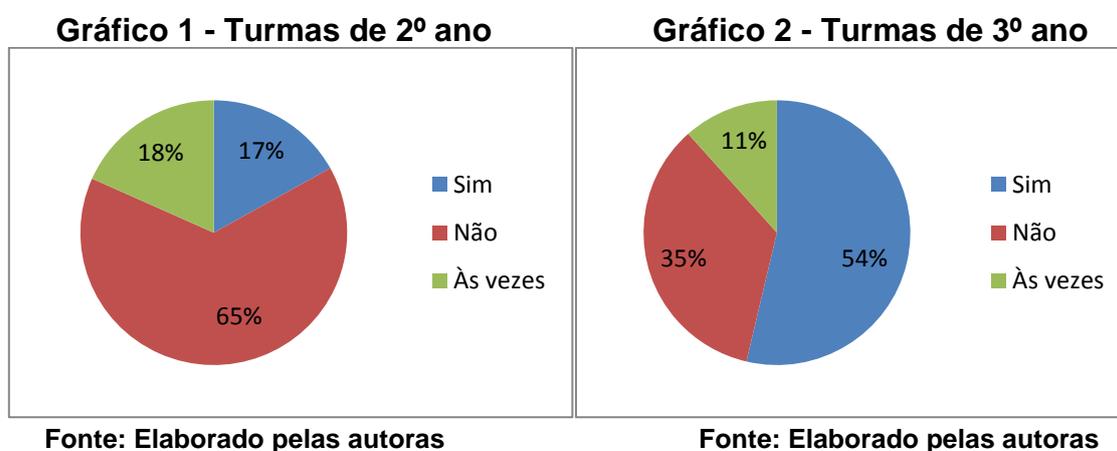
#### 4.2 ANÁLISE DOS DADOS DOS QUESTIONÁRIOS APLICADOS NA SEGUNDA ETAPA DA PESQUISA

Após a análise dos dados na primeira etapa da pesquisa, houve a necessidade de retornar a campo para uma nova coleta de dados, buscando verificar o índice de conhecimento geométrico dos alunos do segundo e terceiro ano do Ensino Médio. Sendo assim, elaboramos um questionário de sondagem sobre o ensino de Geometria Espacial para cinco turmas de segundo e três turmas de terceiro anos, totalizando duzentos e trinta alunos.

O questionário foi aplicado na Escola Estadual “Josefina Pimenta” no período de 26 de agosto ao dia 9 de setembro de 2013. Nós, pesquisadoras, decidimos aplicar um novo questionário para que pudéssemos analisar um número expressivo de alunos em relação às suas experiências com os conteúdos geométricos.

Verificando as questões apresentadas aos alunos, selecionamos algumas a partir das quais construímos gráficos para analisar o percentual de conhecimentos que os alunos têm sobre a Geometria Espacial.

**1ª questão:** Já estudou os conteúdos de Geometria Espacial?

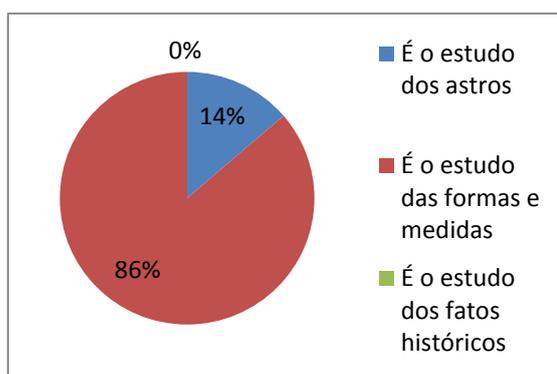


Diante do exposto, verificamos que as turmas de segundo ano apresentaram pouco conhecimento sobre o conteúdo supracitado. Já nas

turmas de terceiro ano apresentaram um conhecimento geométrico maior. Mas, mesmo assim, há um número muito significativo de alunos que demonstraram não ter conhecimentos dos mesmos. De fato, o presente gráfico só confirma mesmo o que se tem falado durante os capítulos anteriores, que os conteúdos geométricos não tem sido apresentados aos alunos de forma que eles possam compreender seus conceitos, pois para muitos alunos há uma única geometria e não conseguem enxergá-la como uma área da matemática que é muito ampla, pois a mesma se divide em várias subáreas, ou seja, existem vários tipos de geometria.

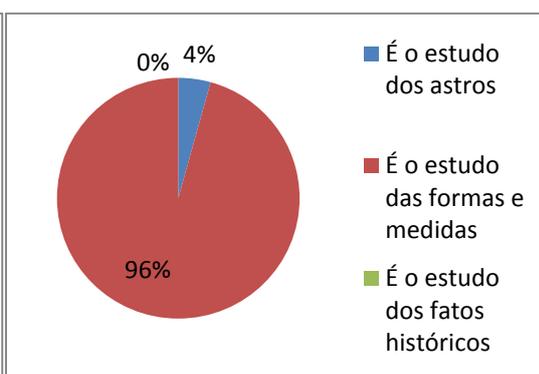
**2ª Questão<sup>2</sup>:** O que você entende ser Geometria?

**Gráfico 3 - Turmas de 2º ano**



Fonte: Elaborado pelas autoras

**Gráfico 4 - Turmas de 3º ano**



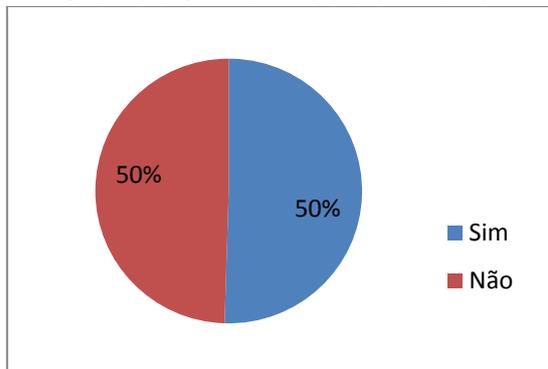
Fonte: Elaborado pelas autoras

Embora grande parte dos alunos tenha acertado o que é "geometria", cujo estudo está dedicado às questões relacionadas às formas planas, espaciais e suas propriedades, os alunos apresentaram muitas dificuldades em resolver situações-problema que exigiam deles um mínimo de conhecimentos geométricos para obter uma solução.

<sup>2</sup> NOGUIRA, Vandira Loiola. Uso da Geometria no Cotidiano.

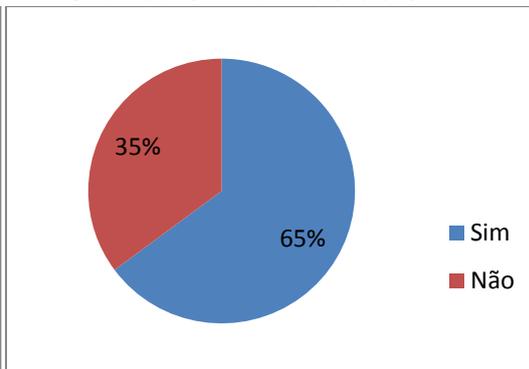
**3ª Questão:** Você acha importante o estudo de Geometria Espacial?

**Gráfico 5 - Turmas de 2º ano**



Fonte: Elaborado pelas autoras

**Gráfico 6 - Turmas de 3º ano**



Fonte: Elaborado pelas autoras

Em relação a esta pergunta, os alunos que responderam que acham que o estudo da geometria é importante deram algumas justificativas. Entre as respostas dadas, algumas foram coerentes em relação ao conhecimento que eles possuem em relação à Geometria Espacial. As seguintes respostas foram digitadas conforme o que foi escrito pelos alunos no questionário.

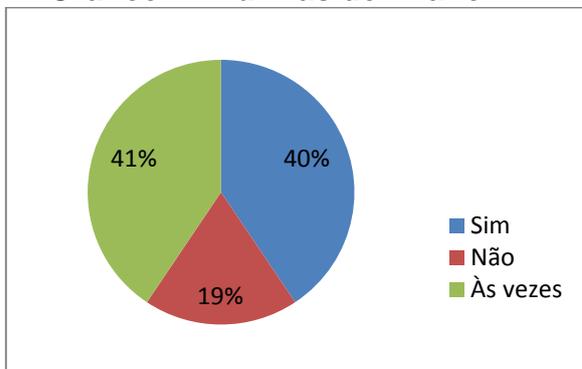
*“Sim porque ensina diferentes formas e medidas”; “Vários profissionais como engenheiro, mecânicos e outros profissionais são usados”; “Porque ela é muito usada no dia a dia”; Sempre é bom aprender mais; “Para mostrar o quanto a matemática é importante em nosso dia a dia”; “Pois a geometria esta presente na nossa vida, tudo que observamos tem uma forma”; “Porque sem o conhecimento da geometria espacial, as nossa casas... poderiam ser planas e não da para morar em uma casa plana”.*

Dentre as respostas, houve também aquelas em que os alunos acham que o estudo da Geometria Espacial é importante, mas afirmam não terem estudado:

*“Mas nunca estudei”; “Pois poderemos precisar algum dia”; “Deve ser bom, pois eu não estudei”; “Não sei nunca estudei”; “Por que faz parte do conteúdo”.*

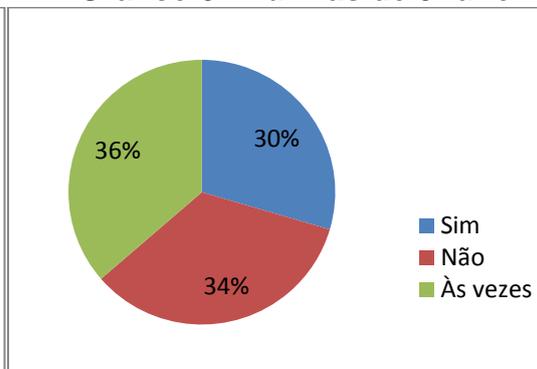
**4ª Questão:** A Geometria que é estudada na escola você utiliza no seu dia a dia?

**Gráfico 7 - Turmas de 2º ano**



Fonte: Elaborado pelas autoras

**Gráfico 8 - Turmas de 3º ano**

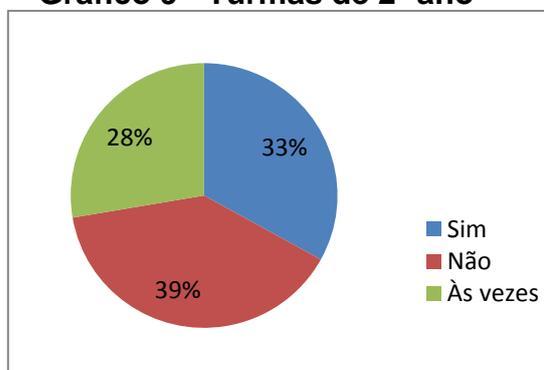


Fonte: Elaborado pelas autoras

Fazendo a análise do gráfico acima, buscamos compreender como o ensino de geometria está estruturado no dia a dia do aluno. Sendo assim, percebemos que boa parte dos pesquisados não fazem o paralelo da geometria da sala de aula com o seu dia a dia, pois os conteúdos são apresentados de forma fragmentada, dificultando assim o aprendizado necessário para fazer essa relação. Ressaltamos que esses conteúdos são indispensáveis para que os alunos aprendam o máximo possível, pois irão utilizá-los a todo instante em sua vida.

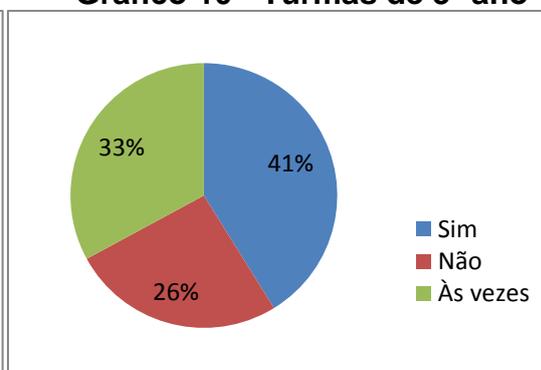
**5ª Questão:** A metodologia utilizada pelo professor de Matemática facilita a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial?

**Gráfico 9 - Turmas de 2º ano**



Fonte: Elaborado pelas autoras

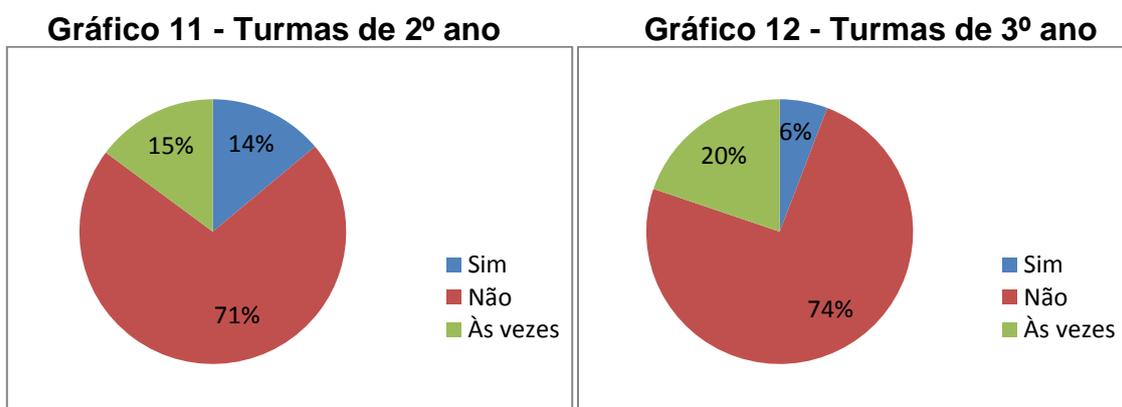
**Gráfico 10 - Turmas de 3º ano**



Fonte: Elaborado pelas autoras

Observamos nos presentes gráficos que a metodologia trabalhada nas salas de aula nem sempre tem sido satisfatórias. Como já dito anteriormente, é necessário mudança no método de ensino, pois a dificuldade do aluno em relação aos conteúdos geométricos está diretamente relacionada à forma através da qual o conteúdo vem sendo trabalhado no ambiente escolar.

**6ª Questão:** O professor utiliza algum tipo de material concreto nas aulas de Geometria Espacial?



Fonte: Elaborado pelas autoras autoras

Fonte: elaborado pelas

Segundo os alunos pesquisados, os materiais concretos utilizados durante as aulas de geometria espacial são:

*“Régua, compasso, barbante”; “Matemática”; “Apagador, giz, lápis”; “Desenhos”; “O livro”; “Bola”; “Ela usa certos métodos como a distancia de um ponto até outro”; “Só o livro”; “Cubos entre outros”; “Sólidos geométricos”; “Formulas”; “Régua, triangular”; “Nenhum”; “A caixa do apagador”.*

Notamos, pelas respostas citadas pelos alunos, que poucos são os materiais utilizados para intervir no aprendizado. Assim, percebemos o motivo pelo qual os alunos estão tão distantes do mundo geométrico, raramente trabalhado através de material manipulativo. É válido ressaltar, que o uso do material concreto nas aulas de Geometria Espacial pode contribuir para amenizar as dificuldades encontradas pelos alunos e que esta forma de trabalho possibilita o ensino dos conteúdos geométricos mais amplos, de modo que os alunos possam construir novos conhecimentos.

**7ª Questão:** Cite um exemplo em que você pode utilizar a geometria na sua vida cotidiana.

Nesta questão obtivemos diversas respostas, entre elas temos:

*“Para arquitetar uma casa”; “Triangulação do futsal”; “Na construção civil”; “Para mudar algum objeto em sua casa precisa saber o tamanho sua forma, pra colocar ne um local certo”; “Na forma que fazemos um bolo”; “Em uma gráfica, por exemplo, para cortar o papel do tamanho certo”; “Como em trabalho em padaria, mostra o formato dos pasteis aos clientes, para diferenciar o sabor”; “ A geometria está presente nas construções onde moro minha casa foi elaborada pelos projetistas com o auxilio da geometria. A geometria espacial”; “Na topografia”; “O volume de água de um copo cilíndrico”; “Para calcular a quantidade de livros que cabem na mochila”.*

Mas houve também respostas em que os alunos apresentaram dificuldades em relacionar a Geometria com fatos da realidade vividos por eles: *“Quando eu vou jogar bola redonda”; “Não sei”; “Na escola (quebrando a cabeça)”;* *“Ser pra contabilidades e outras coisas”; “Na escola e para nada”; “Em parte nenhuma da minha vida”;*

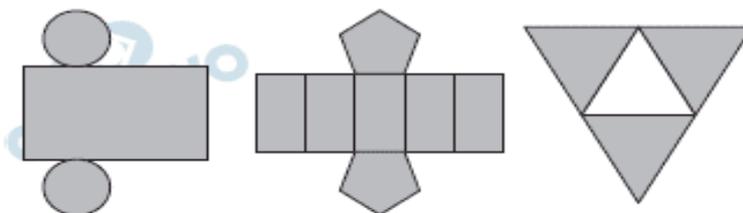
Analisando as respostas acima, percebemos que algumas são consideráveis, outras nem tanto, detectamos uma precariedade apresentada no domínio de conceitos geométricos em relação a algumas respostas, pois constatamos que alguns alunos possuem pouco ou nenhum conhecimento geométrico capaz de compreender o espaço que os cerca.

Propusemos aos alunos duas questões que envolvem os conteúdos geométricos. Ao fazer o levantamento das respostas verificamos que eles apresentaram dificuldades em interpretar os conceitos geométricos.

**1ª Questão** - Marque a alternativa correta:

**Figura 43: Atividade de planificação**

Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



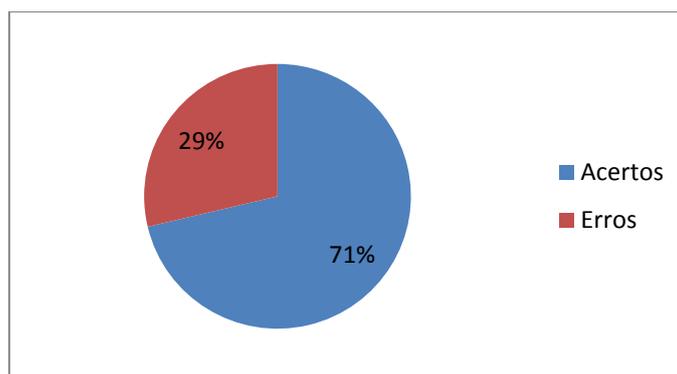
Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- c) Cone, tronco de pirâmide e prisma.
- d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

Fonte: ENEM 2012

Esta questão exigia do aluno apenas a análise das planificações dos sólidos para obter a resposta. Tivemos mais acertos do que erros, o que pode ser analisado no gráfico abaixo.

**Gráfico 13 - Número de acertos e erros na atividade de planificação**



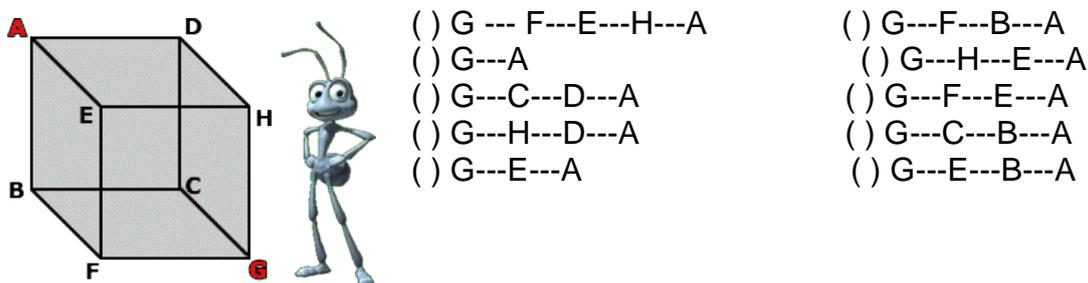
Fonte: Elaborado pelas autoras

Muitos erros cometidos pelos alunos referem-se à confusão que eles fizeram entre a letra “a” e “b”, pois os mesmos faziam relação da primeira planificação como sendo um cone.

Já na segunda questão, os alunos teriam que analisar qual seria o trajeto mais curto que a formiga iria percorrer para chegar à comida. A opção correta é o trajeto G---E---A, pois a formiga percorreria as arestas e diagonais da caixa.

**2ª Questão** - Uma formiga localizada no ponto G deseja buscar comida que está localizada em A, caminhando sobre as faces da caixa. Qual é o caminho mais curto percorrido pela formiga?

**Figura 44 - Cubo e a formiga**

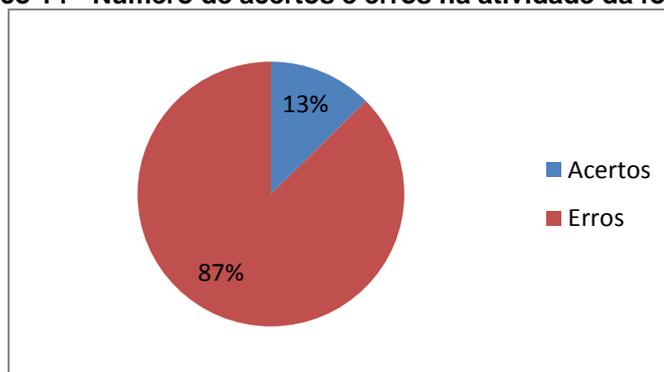


- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> G --- F---E---H---A | <input type="checkbox"/> G---F---B---A |
| <input type="checkbox"/> G---A               | <input type="checkbox"/> G---H---E---A |
| <input type="checkbox"/> G---C---D---A       | <input type="checkbox"/> G---F---E---A |
| <input type="checkbox"/> G---H---D---A       | <input type="checkbox"/> G---C---B---A |
| <input type="checkbox"/> G---E---A           | <input type="checkbox"/> G---E---B---A |

Fonte: Matemática e Tecnologia: Avanços do Mundo Contemporâneo

Na análise das soluções apresentadas pelos alunos, foi possível a construção do gráfico que mostra o quanto os alunos apresentam uma visão espacial restrita, pois foi grande o percentual de erro.

**Gráfico 14 - Número de acertos e erros na atividade da formiga**



Fonte: Elaborado pelas autoras

Portanto, muitos erros foram cometidos e os mesmos foram originados da dificuldade na interpretação do problema, talvez também pela falta de estímulo juntamente com o pouco conhecimento a respeito do assunto, pois os alunos não conseguiram visualizar as diagonais das faces da caixa.

As análises dos resultados obtidos nas questões feitas pelos alunos refletem a realidade do ensino da Geometria Espacial, pois os mesmos apresentam muita dificuldade no entendimento e identificação dos conceitos básicos necessários para o desenvolvimento do conteúdo citado.

## 5. CONCLUSÃO

Percebemos que, durante a realização da primeira etapa da pesquisa encontramos algumas dificuldades, tais como: falta de espaço adequado na escola para aplicação das atividades, dificuldade em adequar horário ao tempo disponível dos alunos, pois os mesmos realizavam trabalhos escolares (Feira de Química), a aplicação foi feita no pátio da escola, o que ocasionava problemas durante as explicações ou resoluções das atividades propostas e a presença do celular que contribuía para a dispersão do aluno.

Com relação aos conteúdos trabalhados, os alunos apresentaram algumas dificuldades como reconhecer elementos dos poliedros, em ler uma situação-problema o que dificultou a interpretação do enunciado. Em alguns momentos não conseguiram relacionar os conteúdos estudados anteriormente para realização dos problemas propostos.

É importante ressaltar que, a todo o momento foi falado aos alunos que não se preocupassem em dar respostas corretas, pois para nós pesquisadoras era mais importante a participação e interação dos mesmos com os conteúdos, o que os conduziram ao aprendizado de forma a propiciar uma aprendizagem sem enfatizar a repetição e memorização de exercícios, mas estimular o raciocínio, a curiosidade de forma que o aluno pudesse construir os conhecimentos geométricos. Apesar das dificuldades dos alunos, obtivemos pontos positivos. Os mesmos construíram conhecimentos sobre os conteúdos trabalhados, demonstraram interesse em aprender e no final eles conseguiam identificar os vértices, as arestas e faces com mais facilidade, demonstrando assim alguns avanços no aprendizado.

Já no segundo momento da pesquisa, foi aplicado o questionário onde avaliamos algumas questões apresentadas aos alunos, a partir das quais construímos gráficos para analisar o percentual de conhecimentos que os alunos tinham sobre a Geometria Espacial.

Na análise dos resultados obtidos nas questões feitas pelos alunos observamos a realidade do ensino da Geometria Espacial, de que eles apresentam muita dificuldade no entendimento e identificação dos conceitos básicos necessários para o desenvolvimento do conteúdo citado.

Concluimos que, a partir da elaboração e aplicação prática do material didático é que se pode observar que aconteceu uma compreensão dos termos geométricos e a assimilação do conhecimento dos mesmos, pois quando se deu início ao trabalho, foi verificada uma enorme defasagem em cada aluno em relação ao conteúdo de Geometria.

Aprender a Geometria de uma forma diferenciada traz consigo o desenvolvimento de competências e habilidades que são devidamente necessárias, capacitando o indivíduo para uma compreensão maior e levando o mesmo a interpretar situações, tirar conclusões próprias, tomar decisões, entre muitas outras necessárias à sua formação.

O trabalho foi relevante e muito proveitoso diante dos resultados alcançados. Com isso, é gratificante trabalhar os conteúdos da Geometria Espacial de forma dinâmica, pois a motivação, o interesse e a vontade de aprender ficaram visíveis em cada aluno.

Percebemos então, que o trabalho realizado foi significativo, podendo ser aplicado em situações reais do seu dia a dia. A maneira como se preparam as atividades, a escolha de materiais didáticos adequados e a metodologia de ensino é que poderão permitir um bom trabalho dos conteúdos apresentados.

As mudanças no ensino da Geometria são necessárias, porém é um desafio que abrange aspectos como materiais didáticos, formação de professores e novas propostas curriculares. Um fator que ficou evidente é que não se pode levar em consideração a bagagem geométrica que o aluno apresenta ao entrar na escola, e sim, ampliá-la ainda mais em sua trajetória escolar.

A aplicação do material didático serviu de aporte aos alunos, desenvolvendo habilidades abrangidas no seu processo mental e interligadas na construção de seus conceitos geométricos, além de permitir ao aluno atuar com liberdade, trabalhando de forma colaborativa na construção do conhecimento.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Modelo de Romberg e Percurso Metodológico de uma Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1721/1500>. Acessado em 19 de agosto de 2012.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros curriculares nacionais: matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **Brasil, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica.** Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: Ministério da Educação, 1999. 364 p.: il.: fotos; 27 cm.

**CURY, Augusto.** Frases de Augusto Cury. **Disponível em:** <http://ele-voltara.webnode.com.br/frases/augusto-cury/>. Acessado em: 20 do novembro. 2013.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática; **Manual Pedagógico do Professor** / Luiz Roberto Dante. 1. ed. São Paulo: Ática, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**, volume único / Luiz Roberto Dante. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

ENCICLOPÉDIA MIRADOR INTERNACIONAL. **Arquitetura.** Encyclopaedia Britannica do Brasil Publicações Ltda. 01220, Rua Rego Freitas, 192, C.P. 30.127, São Paulo – SP. 1990. Volume 3.

ENEM. **Provas e Gabaritos Enem.**

Disponível em: <http://www.vestibulandoweb.com.br/enem/vestibular-provas-enem.asp>. Acessado em 12 de junho de 2012.

FONSECA, Maria da Conceição. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais** / Maria da Conceição F. R Fonseca *et al.* – 3 ed. – Belo Horizonte: Autentica Editora, 2009.

GEOMETRIA ESPACIAL: POLIEDROS. **Atividade adaptado de FUVEST- SP, 1999.** Disponível em:

[http://www.diadematematica.com/vestibular/conteudo/GE\\_POL.htm](http://www.diadematematica.com/vestibular/conteudo/GE_POL.htm). Acessado em 04 de junho de 2012.

IEZZI, Gelson; DOLCE Osvaldo; DEGENSZAJN; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciências e aplicações**, 2ª série: ensino médio,

matemática/ Gelson Iezzi... [et al.]; ilustrador Izomar, Fernando Monteiro da Silva. 2. ed. – São Paulo: Atual, 2004. – (Coleção matemática ciência e aplicações)

**IMAGEM, Cubo e a Formiga.** Matemática e Tecnologia: Avanços do Mundo Contemporâneo. Disponível em: <http://barbaraluandrade.blogspot.com.br/> Acessado em: 9 de agosto de 2013.

LONGEN, Adilson. Matemática: uma atividade humana, ensino médio, volume único / Adilson Longen. – Curitiba: Base Editora, 2004.

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar geometria?** A Educação Matemática em Revista – SBEM – Nº 4- 1º Semestre 95. Disponível em: [http://www.jamilsoncampos.com.br/dmdocuments/Por\\_qu%C3%AA\\_n%C3%A3o\\_ensinar\\_geometria\\_-\\_Lorenzato.pdf](http://www.jamilsoncampos.com.br/dmdocuments/Por_qu%C3%AA_n%C3%A3o_ensinar_geometria_-_Lorenzato.pdf) Acessado em 24 de outubro de 2012.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem** – Ed. rev. e aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MINAS GERAIS. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias /** Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2). Disponível em: [http://www.ciencia.iao.usp.br/dados/pcn/\\_cienciasdanaturezamatematicaesuas\\_tecnologias-ensinomedio.arquivo.pdf](http://www.ciencia.iao.usp.br/dados/pcn/_cienciasdanaturezamatematicaesuas_tecnologias-ensinomedio.arquivo.pdf). Acessado 2 de fevereiro 2013.

NOGUEIRA, Vandira Loiola. **Uso da Geometria no Cotidiano.** Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1850-8.pdf>. Acessado dia 19 de agosto.

PAPMEM, Problemas – julho /2012. **Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio.** Disponível em: [http://www.pb.utfpr.edu.br/papmem/PAPMEM/PROBLEMAS\\_files/Exerci%C3%81%C2%ADcios-Volumes.pdf](http://www.pb.utfpr.edu.br/papmem/PAPMEM/PROBLEMAS_files/Exerci%C3%81%C2%ADcios-Volumes.pdf). Acessado em: 14 de agosto de 2012.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender;** tradução Beatriz Affonso Neves. – Porto Alegre: Artmed, 1998. 177 p.: 23 cm.

ROMBERG, Thomas A. **Perspectivas sobre o conhecimento e Métodos de Pesquisa.** Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1275/1088>. Acessado em: 19 de junho. 2013.

SOUSA, Edison Eloy de. **Aquietura e geometria**. A Educação Matemática em Revista – SBEM – N<sup>o</sup> 4 – 1<sup>o</sup> semestre 95. Disponível em: [http://www.usjt.br/arq.urb/numero\\_01/artigo\\_06\\_180908.pdf](http://www.usjt.br/arq.urb/numero_01/artigo_06_180908.pdf). Acessado em 9 de maio.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática** – Porto Alegre: Artmed, 2001. 204 p.: il.; 25 cm.

TOZONI-REIS, Marília Freitas de campos. **Metodologia de Pesquisa**/Marília Freitas de Campos Tozoni-Reis. – Curitiba: IESDE, 2006.

## APÊNDICE

**Pesquisa:** Geometria Espacial: a abordagem dos poliedros na perspectiva da resolução de problemas

### TERMO DE AUTORIZAÇÃO E COMPROMISSO

Firmam o presente Termo de Autorização e Compromisso, para realização de atividades de pesquisas com alunos dos 3<sup>os</sup> Anos da Escola Estadual “Josefina Pimenta”, Pais ou Responsáveis, Professores e Direção da Escola, ficando estabelecido:

- 1) Eu, \_\_\_\_\_ aluno(a) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ da turma \_\_\_\_\_, estou que participarei das atividades da pesquisa propostas, comprometendo-me executa-las dentro dos padrões da ética e das boas relações humanas. Autorizo o uso e a divulgação acadêmica de fotográficas e/ou vídeos relativos à minha imagem.
  
- 2) Eu, \_\_\_\_\_ (  )  
Pai/Mãe (  ) Responsável autorizo meu/minha filho(a) ou responsável a participar de atividades propostas, denominada **“GEOMETRIA ESPACIAL: A ABORDAGEM DOS POLIEDROS NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS”**. Estou ciente da sua participação extra turno na Escola Estadual “Josefina Pimenta” no período de \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ a \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ das (horas) \_\_\_ às \_\_\_ (horas), bem como, autorizado para fins acadêmicos, o uso da imagem pessoal.
  
- 3) Nós, Angélica Alves Queirós, Arita Flora de Andrade e Débora de Godoy Diniz Matos, alunas do Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista, comprometemos a realizar a pesquisa baseando-nos na ética e boas relações humanas. Comprometemos ainda, zelar pelas produções e imagens dos participantes.

- 4) Eu, \_\_\_\_\_, Professora de Matemática dos alunos participantes desta pesquisa estou ciente e de acordo com a mesma.
- 5) Eu \_\_\_\_\_ Diretor(a) da Escola Estadual “Josefina Pimenta” estou ciente desta pesquisa no âmbito desta instituição. Autorizo a utilização das dependências internas para os fins da mesma e de eventuais imagens e vídeos da estrutura física.

Assim, por estarem cientes assinam o presente termo.

São João Evangelista, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2012.

---

Aluno (a)

---

Pais ou responsáveis

---

Diretor(a)/carimbo

---

Professor

---

---

---

Responsáveis pela execução da pesquisa/ Pesquisadores

**Pesquisa:** Geometria Espacial: a abordagem dos poliedros na perspectiva da resolução de problemas

### TERMO DE AUTORIZAÇÃO E COMPROMISSO

Firmam o presente Termo de Autorização e Compromisso, para aplicações de questionários de sondagem sobre o ensino de Geometria com alunos dos 2º e 3º Anos da Escola Estadual “Josefina Pimenta”, referente à pesquisa supracitada, sob a responsabilidade das pesquisadoras, Angélica Alves Queirós, Arita Flora de Andrade e Débora de Godoy Diniz Matos, alunas do Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista.

Eu \_\_\_\_\_ Diretor(a) da Escola Estadual “Josefina Pimenta”, estou ciente desta pesquisa no âmbito desta instituição, assim autorizo a aplicação dos questionários.

Assim, por estarem cientes assinam o presente termo.

São João Evangelista, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2013

---

Diretor(a)/carimbo

---

---

---

Responsáveis pela execução da pesquisa/ Pesquisadores

### <sup>1</sup> Questionário do aluno

- Nome completo

---

- Qual a sua idade?

---

- Você sempre estudou nesta escola?

---

- Você trabalha atualmente?

---

- Quantos anos você levou para concluir o ensino fundamental?

---

- Em que tipo de escola você cursou o ensino fundamental?

---

- No ensino fundamental você apresentou alguma dificuldade em relação aos conteúdos de matemática? E quanto ao ensino médio?

---

---

---

---

---

- Em que turno você está cursando o ensino médio?

---

- Pensando nos conhecimentos adquiridos no Ensino Médio, como você considera o seu preparo para conseguir um emprego, exercer alguma atividade profissional?

(A) Eu me considero preparado(a) para entrar no mercado de trabalho.

(B) Apesar de ter frequentado uma boa escola, eu me considero despreparado(a), pois não aprendi o suficiente para conseguir um bom emprego.

(C) Eu me considero despreparado(a) devido à baixa qualidade do ensino de minha escola, que não me preparou o suficiente.

(D) Não sei.

- Como você avalia seu perfil de estudante?

---

---

---

---

---

<sup>1</sup> Parte da entrevista (com alterações) foi retirada de,  
[http://download.uol.com.br/educacao/enem2009/quest\\_socioec\\_enem2009.pdf](http://download.uol.com.br/educacao/enem2009/quest_socioec_enem2009.pdf)  
Acessado dia 26 de agosto, as 14h00min horas.  
[http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia\\_Rosangela.pdf](http://www.mat.ufmg.br/~espec/monografiasPdf/Monografia_Rosangela.pdf)

**Questionário sobre os conhecimentos geométricos**

- Você acha importante o estudo de geometria? Por quê?

---

---

---

---

---

- Você já estudou geometria espacial?

---

---

---

---

---

- Você estudou geometria espacial no ensino fundamental? Que lembranças você tem?

---

---

---

---

- O que você entende por poliedros?

---

---

---

---

- Como foi sua experiência com os conteúdos geométricos até hoje?

---

---

---

---

- Você estabelece alguma relação entre a geometria ensinada na escola e no seu dia a dia?

---

---

---

---

- Cite exemplos em que você pode utilizar a geometria na sua vida cotidiana.

---

---

---

---



INSTITUTO FEDERAL  
MINAS GERAIS  
Campus São João Evangelista

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS GERAIS  
CAMPUS SÃO JOÃO EVANGELISTA

## QUESTIONÁRIO DE SONDAGEM SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Caro aluno este é um questionário sobre sua experiência com os conteúdos de Geometria Espacial. Gostaríamos de contar com a sua colaboração para responder estas questões e desde já agradecemos a sua colaboração.

1-Escola: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_  
Série: \_\_\_\_\_ Cidade: \_\_\_\_\_

2- Em qual período do dia você estuda?

Matutino  Vespertino  Noturno

3- Sexo:

Feminino  Masculino

4- Você sempre estudou em escola pública?

Sim  Não

5- Você gosta de Matemática?

Sim  Não  Às vezes

6- Durante suas aulas de Matemática você já estudou os conteúdos de Geometria Espacial?

Sim  Não  Às vezes  Nunca estudou

7- O que você entende ser Geometria?

É o estudo dos astros

É o estudo das formas e medidas

É o estudo dos fatos históricos

(Questão retirada do Artigo: Uso da Geometria no Cotidiano)

8- Se você já estudou os conteúdos de Geometria Espacial, como são as aulas?

Boas  Normais  Cansativas  Legais

9- Você acha importante o estudo de Geometria Espacial?

Sim  Não

Se sim, por quê?

---

10- A Geometria que é estudada na escola você utiliza no seu dia a dia?

Sim  Não  Às vezes

11- Cite um exemplo em que você pode utilizar a geometria na sua vida cotidiana.

---

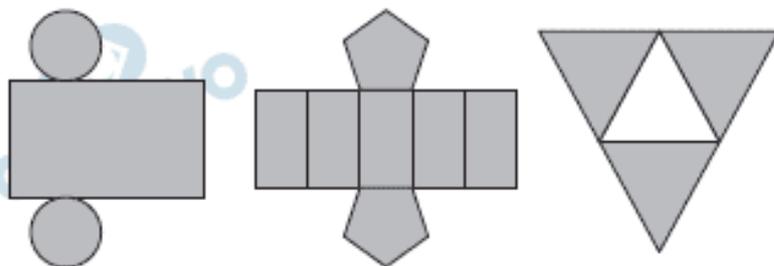
**12-** Como tem sido sua experiência com os conteúdos geométricos até hoje?  
 Ótima  Boa  Regular  Péssima  Não teve nenhuma experiência

**13-** A metodologia utilizada pelo seu professor de Matemática facilita a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial?  
 Sim  Não  Às vezes

**14-** O professor utiliza algum tipo de material concreto nas aulas de Geometria Espacial?  
 Sim  Não  Às vezes  
 Se material? \_\_\_\_\_ sim, \_\_\_\_\_ qual

**15-** Marque a alternativa correta:

Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.

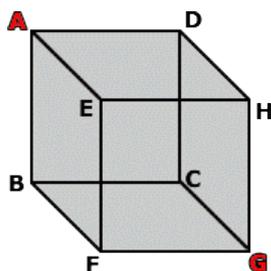


Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

- a) Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- b) Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
- c) Cone, tronco de pirâmide e prisma.
- d) Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
- e) Cilindro, prisma e tronco de cone.

(Enem 2012)

**16-** Uma formiga localizada no ponto G deseja buscar comida que está localizada em A, caminhando sobre as faces da caixa. Qual é o caminho mais curto percorrido pela formiga?



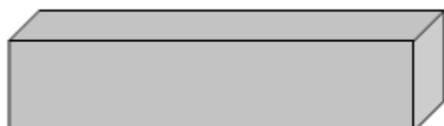
- G --- F---E---H---A
- G---A
- G---C---D---A
- G---H---D---A
- G---E---A

- G---F---B---A
- G---H---E---A
- G---F---E---A
- G---C---B---A
- G---E---B---A

## ANEXOS

### ATIVIDADES 1

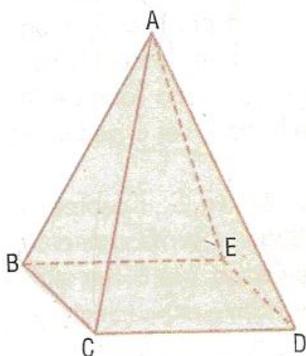
Um tablete de doce de leite medindo 12 cm por 9 cm por 6 cm está inteiramente coberto com papel laminado. Esse tablete é dividido em cubos com 1 cm de aresta.



- e) Quantos desses cubos não possuem nenhuma face coberta com papel laminado?
- f) Quantos desses cubos possuem apenas uma face coberta com papel?
- g) Quantos desses cubos possuem exatamente duas faces cobertas com papel?
- h) Quantos desses cubos possuem três faces cobertas com papel?

### ATIVIDADES 2

(Dante, pág. 360) Esta pirâmide é um poliedro. Em toda pirâmide somente um vértice não está na base. Logo, a base é um polígono. Portanto, temos uma pirâmide quadrangular. Analise o poliedro da figura abaixo e responda:



- e) Qual é o número de faces, de arestas e de vértices?
- f) Qual é a forma de cada face?
- g) O vértice **C** é comum a quantas arestas?
- h) O vértice **A** é comum a quantas arestas?

### ATIVIDADES 3

Qual a relação existente entre as faces, vértices e arestas dos sólidos platônicos?

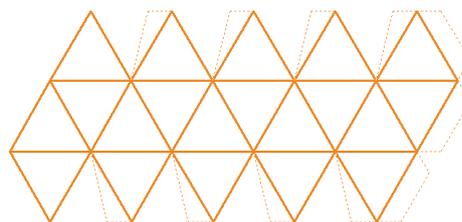
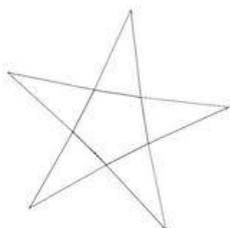
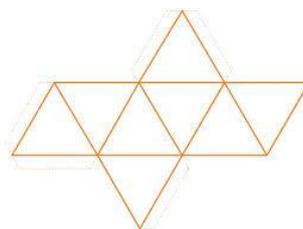
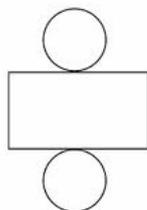
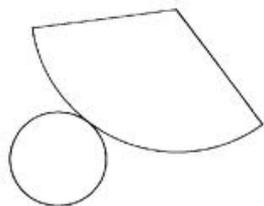
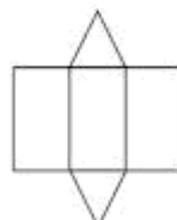
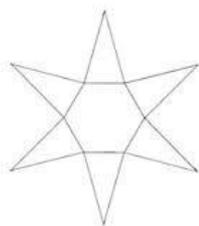
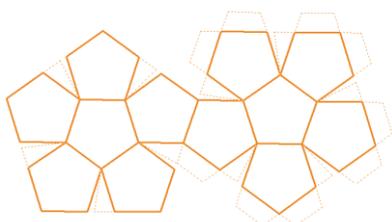
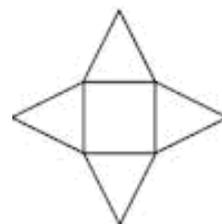
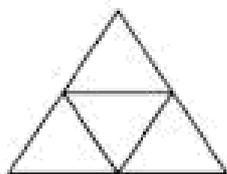
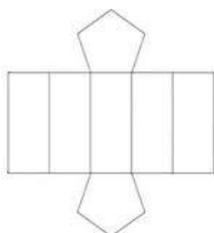
**ATIVIDADES 4**

Complete a tabela com o número de faces, de vértices, o número de arestas e os desenhos dos poliedros.

Poliedros	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces
Tetraedro				
Cubo				
Prisma de base hexagonal				
Paralelepípedo				
Prisma com base um trapézio isósceles				
Prisma de base triangular				
Pirâmide de base quadrangular				

**ATIVIDADES 5**

Dê o nome dos sólido cujas as planificações são apresentadas a seguir.



### ATIVIDADES 6

(FUVEST- SP, adaptado) Se o número de faces triangulares de uma pirâmide é 11. Quantos vértices e quantas arestas possui essa pirâmide?

### ATIVIDADES 7

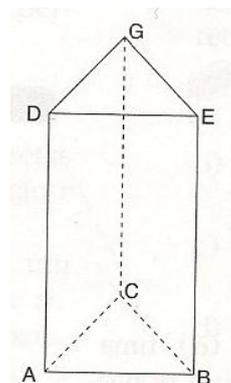
Imagine o desenho de um icosaedro, pense na medida dos ângulos de suas faces e determine a soma das medidas dos ângulos de suas faces.

### ATIVIDADES 8

Ligando os centros de todas as faces adjacentes de cada poliedro platônico obtemos outro sólido menor que é novamente um poliedro platônico. A partir dessa informação que tipo de poliedro tem como vértices os centros das faces de um octaedro?

### ATIVIDADES 9

(Fuvest-SP/adaptado) Uma formiga resolveu andar de um vértice a outro do prisma reto de bases triangulares ABC e DEG, seguindo um trajeto especial. Ela partiu do vértice G, percorreu toda a aresta perpendicular à base ABC, para em seguida caminhar toda a diagonal da face ADGC e, finalmente, completar seu passeio percorrendo a aresta reversa  $\overline{CG}$ . A formiga chegou a qual vértice?



### ATIVIDADES 10

(Dante, pág. 362) Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou na fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

